



**Escola de Camins**

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Camins, Canals i Ports  
UPC BARCELONATECH

## TESIS DE MÁSTER

### Máster

INGENIERÍA ESTRUCTURAL Y DE LA CONSTRUCCIÓN

### Título

ANÁLISIS DE VIGAS METÁLICAS RIGIDIZADAS  
TRANSVERSALMENTE DURANTE  
EL LANZAMIENTO DE PUENTES

### Autor

JUAN CARLOS HERRERA

### Tutor

ROLANDO CHACÓN

### Intensificación

TECNOLOGÍA

### Fecha

JUNIO 2016

# **Analysis of transversally stiffened steel plate girders during bridge launching.**

## **SUMMARY**

The incremental launch method of building bridges has had a great boom since the second half of the twentieth century to the present day, mainly because it allows to significantly optimize work times and amount of auxiliary support elements. Also, one of the most widely used structural elements in such bridges are thin wall metallic plate girders. These sections due to their slender geometry tend to present very specific failure modes mainly on the web. One of them is the appearance of local failures of the web due to the concentrated load that the girder receives when passing through a support during the launch process, a phenomenon known as patch loading. In order to avoid this, design standards establish the need for web stiffeners separated a certain distance.

The ultimate resistance of this type of girders subjected to patch loading has been profoundly studied during the last decade. One of these studies, by Chacón, 2009 found that the formulation present on European standard EN-1993-1-5 considerably underestimates the ultimate resistance in the cases where the stiffeners are closely spaced. To correct this, a new mechanical model is presented for this particular case in which an additional resistance developed by the loaded flange is considered. This additional resistance is directly dependent on the stress level that the flange has when linearity is first lost.

This work presents a simple methodology based on numerical, theoretical and project results to find that stress level without the need for complex nonlinear structure analysis. In this way the formulation presented by Chacón can be applied by designers in real cases of bridge projects without the need of complex numerical tools.

A parametric study of a total of 144 girders subjected to an incremental nonlinear analysis validated by models made previously in similar studies is presented; also their structural response is studied in detail. Moreover simple beam type models are created for each of the geometries of the parametric study. With these models the methodology is then applied. The results obtained are compared in detail with those obtained from nonlinear analysis and from the application of the formulation currently present in EN-1993-1-5.

Finally, the methodology is applied in the design of a real project of a new bridge over the Tuy River in Venezuela, and the advantages are discussed from the point of view of optimization of resources generated by the use of the new methodology.

# **Análisis de vigas metálicas rigidizadas transversalmente durante el lanzamiento de puentes.**

## **RESUMEN**

El método de construcción de puentes mediante empujes incrementales ha tenido gran auge desde la segunda mitad del siglo XX hasta la actualidad, debido a que permite optimizar notablemente los tiempos de obra y la cantidad de elementos de soporte auxiliares. Por otro lado uno de los elementos estructurales más utilizados en este tipo de puentes son las vigas armadas de pared delgada. Estas secciones debido a su geometría esbelta pueden presentar modos de fallo principalmente en el alma muy particulares. Uno de ellos es la aparición de fallos locales del alma debido a la carga concentrada que recibe la viga al pasar por un apoyo durante el proceso de lanzamiento, fenómeno conocido como *patch loading*. Debido a esto la normativa establece la necesidad de disponer rigidizadores de alma separados una cierta distancia de manera de evitar este modo de fallo.

La resistencia última de vigas de este tipo, frente a cargas concentradas del tipo *patch loading* ha sido profundamente estudiada durante la última década. Uno de dichos estudios, realizado por Chacón en 2009 encontró que la formulación establecida en la normativa europea EN-1993-1-5, subestima considerablemente la resistencia última frente a cargas concentradas para los casos en que los rigidizadores se encuentran poco espaciados entre sí. Para corregir esto, se planteó un nuevo modelo mecánico para el caso específico de vigas con rigidizadores poco espaciados que considera una resistencia adicional desarrollada por el ala cargada y que depende del estado tensional de la misma en el momento de pérdida de linealidad.

El presente trabajo plantea una metodología sencilla, que parte de resultados numéricos, teóricos y proyectuales y que permite conocer dicho estado tensional sin necesidad de realizar complejos análisis no lineales de la estructura. De esta manera la formulación planteada por Chacón puede ser utilizada por proyectistas en casos reales sin la necesidad de herramientas numéricas complejas.

Se presenta un estudio paramétrico de un total de 144 vigas sometidas a un análisis no lineal incremental validado por los modelos realizados previamente en estudios similares y se estudia su respuesta estructural. Posteriormente se realizan modelos sencillos de barras que se adaptan a la geometría de dichas vigas y se aplica la metodología planteada para comparar los resultados con los obtenidos mediante análisis no lineal y mediante la formulación de la normativa EN-1993-1-5.

Por último se aplica la metodología en el diseño de un proyecto real de un nuevo puente sobre el Río Tuy en Venezuela, y se estudian las ventajas desde el punto de vista de optimización de recursos que genera la utilización de la nueva metodología.

## **AGRADECIMIENTOS**

A Ali y Luis por la ayuda incondicional y permanente en todas las etapas de mi formación.

A Daniela y Contodo por la compañía, el apoyo y los ánimos necesarios para poder llegar hasta este punto.

A Esteban Tenreiro por ayudarme a hacer posible la realización de este máster.

Al profesor Rolando Chacón por incluirme en esta investigación y por su paciencia y atención durante todo el proceso.

# ÍNDICE

<b>1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS</b>	<b>1</b>
1.1. Problema estructural	1
1.2. Objetivos	2
1.3. Alcance y limitaciones	3
<b>2. ESTADO DEL ARTE</b>	<b>5</b>
2.1. Método de construcción por lanzamiento incremental	5
2.1.1. General	5
2.1.2. Breve reseña histórica del método	5
2.1.3. Aspectos del procedimiento y partes del sistema	7
2.2. Cargas concentradas en paneles de alma. <i>Patch loading</i>	10
2.2.1. General	10
2.2.2. Elementos metálicos comprimidos	11
2.2.3. Paneles metálicos sometidos a cargas puntuales	11
2.3. Rigidizadores poco espaciados	16
2.3.1. Mecanismo de fallo observado	17
2.3.2. Respuesta estructural	19
2.3.3. Nuevo método propuesto	21
2.3.4. Influencia de la disposición de un nervio de rigidez en el ala	23
2.3.5. Resumen	24
<b>3. MODELOS NUMÉRICOS</b>	<b>25</b>
3.1. Breve introducción al método de los elementos finitos	25
3.2. Software utilizado	25
3.3. Modelo de elementos bidimensionales tipo <i>shell</i>	26
3.3.1. Tipo de elemento utilizado	26
3.3.2. Material utilizado	27
3.3.3. No linealidad geométrica	28
3.3.4. Influencia de las imperfecciones iniciales asumidas	28
3.4. Modelo de barras	29
<b>4. VALIDACIÓN DE MODELOS</b>	<b>30</b>
4.1. Modelo de barras	30
4.2. Modelo de elementos tipo <i>shell</i>	32
<b>5. ESTUDIO PARAMÉTRICO</b>	<b>35</b>
5.1. Parámetros de estudio	35
5.2. Parámetros fijos	36
5.3. Programación del estudio paramétrico	37
<b>6. RESULTADOS</b>	<b>39</b>
6.1. Vigas muy esbeltas ( $hw/tw \geq 250$ )	39
6.2. Vigas moderadamente esbeltas ( $187,5 \geq hw/tw \geq 125$ )	46
6.3. Vigas robustas ( $hw/tw \leq 100$ )	52
6.4. Utilización de modelos de barras	58
6.5. Resumen	68

<b>7. CASO DE ESTUDIO</b>	<b>70</b>
7.1. Descripción del proyecto	70
7.2. Análisis	72
7.2.1. Modelo de <i>shells</i>	72
7.2.2. Modelo de barras	74
7.3. Resultados	74
 <b>8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>	 <b>79</b>
8.1. Revisión de objetivos	79
8.2. Conclusiones	79
8.3. Recomendaciones para futuras investigaciones	81
 <b>9. REFERENCIAS</b>	 <b>82</b>
 <b>10. ANEJOS</b>	 <b>85</b>
10.1. Archivo de entrada .INP para el análisis tipo <i>Buckle</i>	88
10.2. Archivo de entrada .INP para el análisis no lineal	80
10.3. Subrutina .psf para creación del estudio paramétrico	91
10.4. Macro para la extracción de reacciones y desplazamientos de Abaqus	91
10.5. Macro para la extracción de tensiones de Abaqus	93
10.6. Tablas de resultados para los espesores de alma no mostrados en el trabajo	96
10.6.1. Resultados $t_w=5\text{mm}$ (muy esbeltas)	96
10.6.2. Resultados $t_w=8\text{mm}$ (moderadamente esbeltas)	96
10.6.3. Resultados $t_w=12\text{mm}$ (moderadamente esbeltas)	97

## 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

### 1.1. Problema estructural

El método de construcción de puentes mediante empujes incrementales ha tenido gran auge desde la segunda mitad del siglo XX hasta la actualidad, debido a que permite optimizar notablemente los tiempos de obra y la cantidad de elementos de soporte auxiliares a utilizar durante la construcción, independizando enormemente la construcción de la estructura de las condiciones del terreno sobre el que se construye. El método consiste en construir la sección por tramos en un parque de prefabricación ubicado en uno de los estribos, para luego, mediante diferentes operaciones de empuje y guiado, movilizar el tramo ya realizado. Este ciclo se repite con todos los tramos realizados hasta alcanzar la configuración final del puente. Esta metodología agrega al proceso de diseño la dificultad adicional de tener que considerar situaciones de carga excepcionales que se producen durante las distintas etapas descritas anteriormente.

Por otro lado, uno de los elementos estructurales más utilizados para este tipo de construcciones son las vigas armadas de pared delgada, las cuales se producen mediante la unión generalmente por soldadura de secciones de chapa de acero de diferentes espesores, y en el caso de que sean híbridas, de diferentes límites elásticos para formar secciones tipo doble T de cantos considerablemente mayores a los obtenidos mediante los procesos de laminado convencionales. Estas secciones debido a su geometría esbelta pueden presentar modos de fallo principalmente en el alma muy particulares tales como abolladura por cortante, deformación excesiva debido a imperfecciones iniciales, pandeos locales etc.

Uno de los problemas más típicos, y que suele en muchos casos determinar el diseño de este tipo de vigas cuando son utilizadas en puentes construidos por lanzamientos sucesivos es la aparición de fallos locales del alma debido a la carga concentrada que recibe la viga al pasar por un apoyo durante el proceso de lanzamiento, fenómeno conocido como *patch loading*. Debido a esto la normativa establece la necesidad de disponer rigidizadores de alma separados una cierta distancia de manera de evitar este modo de fallo, o bien, asignar espesores de alma considerables que solo son necesarios para hacer frente a esta situación.

La resistencia última de vigas de este tipo, frente a cargas concentradas del tipo *patch loading* ha sido estudiada en profundidad durante la última década y se han propuesto numerosos modelos mecánicos para su estimación bastante precisos, sin embargo, (Chacón, 2009) como parte de su trabajo de investigación doctoral, realizó una extensiva campaña de investigación en vigas híbridas sometidas a cargas concentradas del tipo *patch loading* en la cual se consideraron modelos numéricos y modelos reales a escala. Una de las conclusiones obtenidas en dicha campaña fue que la formulación establecida en la normativa europea, particularmente en el EN1993-1-5 subestima considerablemente la resistencia última de este tipo de vigas frente a cargas concentradas para los casos en que los rigidizadores se encuentran poco espaciados entre sí, debido a que para separaciones entre rigidizadores transversales menores a un valor límite conocido como longitud cargada efectiva  $l_y$ , la normativa no permite seguir tomando en cuenta el aporte de los rigidizadores.

Para corregir esto, (Chacón, 2009) plantea un nuevo modelo mecánico que toma en cuenta la contribución de los rigidizadores transversales en la resistencia frente a cargas concentradas en los casos en los que éstos se encuentran separados una distancia menor a la distancia cargada efectiva  $l_y$  alcanzando una resistencia última mayor a la planteada en la normativa vigente ya que se toma en cuenta una resistencia adicional desarrollada por el ala una vez que el alma ha agotado su capacidad.

Esta resistencia adicional o reserva de resistencia de la viga depende directamente del estado tensional del ala en el momento en el que el alma agota su resistencia. Encontrar el valor exacto de estas tensiones requeriría realizar previamente un análisis no lineal por elementos finitos, lo cual hace que el modelo mecánico pierda aplicación práctica en el dimensionado y diseño de proyectos reales de este tipo de estructuras. Para solucionar esto se plantea la calibración del valor de tensiones en el ala a introducir en la formulación mediante la utilización de valores previamente conocidos y de la realización de un sencillo análisis elástico lineal.

## 1.2. Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es estudiar la posibilidad de obtener de manera sencilla y precisa el valor de las tensiones en el ala de vigas armadas con rigidizadores transversales espaciados una distancia igual o menor a la longitud cargada efectiva  $l_y$  y sometidas a cargas concentradas del tipo *patch loading*. Se busca lograr la obtención de éste valor de forma sencilla mediante un análisis lineal elástico en un modelo de barras que permita aplicar como herramienta real de proyecto o predimensionado la formulación planteada por (Chacón, 2009) y encontrar entonces una resistencia ante cargas concentradas notablemente superior a la planteada en la normativa de diseño actual.

Para alcanzar esto se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Generar un modelo numérico realista completo, con elementos tipo Shell, para una geometría de viga específica en la configuración estructural más desfavorable frente a cargas concentradas.
- Generar un modelo de barras simplificado para la misma geometría, situaciones de carga y condiciones de contorno que el modelo de elementos tipo Shell.
- Realizar un estudio paramétrico para distintos espesores de alma y rigidizador, así como diferentes límites elásticos de acero de las alas y diferentes tamaños de apoyo, que permita concluir la influencia que dichos parámetros tienen sobre el estado tensional del ala y el valor de resistencia frente a cargas concentradas.
- Aplicar la nueva formulación en un caso real de un puente proyectado para ser construido por lanzamientos sucesivos y cuantificar la influencia que dicha formulación puede tener en el diseño final.

### 1.2.1. Modelización de la estructura mediante un modelo de elementos finitos tipo *shell*.

Se trata de realizar un modelo numérico completo mediante elementos finitos tipo *shell* que reproduzca de manera fehaciente el comportamiento de una viga armada con rigidizadores espaciados una distancia menor a  $l_y$  y construida mediante empujes sucesivos. Debido a que el



fenómeno que ocupa este trabajo es el de fallo por cargas puntuales del tipo *patch loading*, se modelará la etapa constructiva que sea más desfavorable desde este punto de vista. Con este modelo se observarán los modos de fallo que presenta la viga y la carga última que es capaz de resistir, así como el estado tensional al que se ve sometida el ala en el momento de plastificación del alma, dato necesario para aplicar la formulación planteada por (Chacón, 2009).

#### **1.2.2. Modelización de la estructura mediante un modelo simplificado de barras.**

Tomando como punto de partida la misma geometría y condiciones de contorno utilizadas en el modelo anterior, se busca plantear una simplificación del modelo mediante elementos tipo barra y teoría de vigas. Este modelo permitirá analizar la calibración planteada para el valor de tensiones en el ala que se busca obtener.

#### **1.2.3. Estudio paramétrico.**

Con la finalidad de asegurar que el ajuste del modelo realista al modelo simplificado se hace de la mejor manera para los diferentes tipos de variables que pueden presentar puentes reales, se plantea la realización de un estudio paramétrico donde las variables de estudio sean el espesor del alma ( $t_w$ ), el espesor de los rigidizadores ( $t_r$ ), el límite elástico de las alas ( $f_{yf}$ ) y el tamaño del apoyo en el cual se produce la carga concentrada ( $S_s$ ). Con esto se pretende hallar la afectación de dichas variables en el modo de fallo observado y en el estado tensional del ala en el momento de plastificación del alma.

#### **1.2.4. Estudio de caso real.**

Se pretende aplicar la calibración de las tensiones en el ala obtenida en un caso real de un puente proyectado con viga armada y rigidizadores transversales poco espaciados diseñado para ser construido mediante el procedimiento de empujes sucesivos. Se comparará el diseño real del puente con el que se hubiera obtenido aplicando la formulación planteada de manera de cuantificar cuánto y de qué manera se pudo haber optimizado el diseño.

### **1.3. Alcance y limitaciones.**

El presente trabajo tiene como alcance la obtención de una expresión simplificada y precisa para la obtención del término de tensión en el ala de la viga necesario para aplicar la formulación presentada en la tesis doctoral de Chacón, 2009.

Para esto se plantean los siguientes puntos:

- Comparación del comportamiento de modelos numéricos de vigas sometidas a cargas puntuales tanto de elementos tipo *shell* como de barras con los casos experimentales estudiados en laboratorio previamente y los casos numéricos estudiados en trabajos de investigación previos.
- Realización de un estudio paramétrico que muestre la relación entre los datos arrojados por el modelo de elementos finitos y el modelo de barras para distintos parámetros geométricos como espesor de alma, rigidizador y límites elásticos.

- Estudio de la relación entre los resultados arrojados por un modelo simplificado lineal de barras y los resultados reales de tensiones obtenidos mediante un modelo complejo no lineal de elementos tipo *shell*.
- Aplicación del método obtenido aplicado a un caso real.

A su vez se plantean las siguientes limitaciones:

- Se trabajará únicamente con vigas tipo I de inercia constante y valores de esbeltez acotados.
- Los modelos se realizarán para la condición más desfavorable ante carga puntual es decir una viga con un tramo apoyado y un tramo en voladizo sometida a su peso propio.
- No se estudiará la interacción con otros esfuerzos, en este caso se trabajará únicamente bajo carga puntual aplicada tipo *patch loading*.
- Las relaciones se obtendrán únicamente para vigas con rigidizadores uniformemente espaciados una distancia menor a la distancia definida como la distancia efectivamente cargada  $l_y$ .

## **2. ESTADO DEL ARTE.**

### **2.1. Método de construcción por lanzamiento incremental.**

#### **2.1.1. General.**

El método de lanzamiento incremental o incremental launching method (ILM), utilizado comúnmente en puentes funciona básicamente de la siguiente manera. Una vez realizadas las pilas y los estribos, se construyen las secciones del puente, total o parcialmente, en las inmediaciones del accidente geográfico a salvar. Posteriormente dichas secciones son empujadas sucesivamente mientras que nuevas secciones se van ensamblando en el parque de construcción hasta finalmente alcanzar el estribo opuesto.

En general, en estructuras construidas por métodos tradicionales las combinaciones de carga en estado final suelen ser más desfavorables que las que se plantean durante la construcción y por ende, las que controlan el diseño de los elementos. Por el contrario, en los métodos de construcción no convencionales, como el ILM, suele ocurrir que la estructura se enfrenta a esfuerzos más desfavorables durante la fase de ejecución que los que se presentarán a lo largo de su vida útil debido a que la estructura debe resistir su peso propio durante situaciones de apoyo completamente distintas a la situación final. Esta desventaja inicial suele verse compensada por el hecho de poder materializar una estructura de forma más rápida y económica, ya que se acelera la ejecución y se reducen los equipos auxiliares necesarios. Entre las ventajas más notables del ILM podríamos mencionar.

- Resulta aplicable en zonas de espacio reducidas o ambientalmente protegidas, debido a que el método requiere de un área de trabajo relativamente reducida.
- Al hacer la mayor parte de los trabajos que requieren mano de obra en el patio de construcción, se elimina la gran mayoría de actividades en altura, lo cual representa una mayor seguridad industrial en obra.
- El método no requiere de elementos verticales de soporte auxiliares durante la ejecución, lo cual hace que sea de gran ayuda en zonas con accidentes geográficos pronunciados, con pasos de agua o de vías bajo la estructura o zonas con baja capacidad portante del terreno.
- El método es de fácil industrialización al tratarse de tareas repetitivas de ensamblaje y empuje.
- Al no requerir complejas estructuras verticales auxiliares, los equipos auxiliares a utilizar suelen ser de bajo coste y normalmente reutilizables.

#### **2.1.2. Breve reseña histórica del método.**

El método de lanzamiento incremental comenzó a utilizarse, en sus primeras concepciones, durante el comienzo de la década de 1960, y se desarrolló con rapidez a partir de este momento gracias principalmente a dos factores fundamentales.

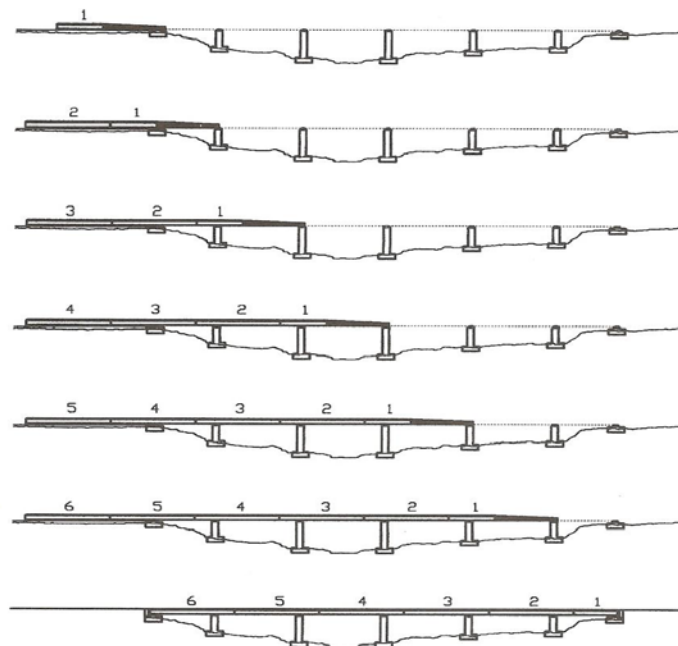
El primero se refiere a los materiales de construcción. La aparición del hormigón pretensado como nuevo material estructural para puentes a partir de la Segunda Guerra Mundial permitió crear estructuras mucho más ligeras y elásticas que las de hormigón armado, en las cuales su

elevado peso propio dificulta notablemente el empuje. Por otro lado la industria del acero experimentó un gran adelanto, permitiendo obtener aceros de mayor resistencia a menor coste, gracias a una modernización y optimización de los talleres.

El segundo se refiere a la aparición de técnicas computacionales aplicadas al diseño y cálculo de estructuras a partir de la década de 1970, esto ocasionó un rápido avance en el desarrollo de técnicas avanzadas, tales como el ILM, que requieren de análisis estructurales más complejos que las estructuras construidas por medios tradicionales.

El primer puente en el cual se utilizó la técnica de empujes fue el puente sobre el río Ager en Australia en el año 1959. En éste las secciones del puente se construían en un lado del mismo y se iban empujando hacia su posición sobre un sistema vertical auxiliar de soporte para posteriormente ser unidas *in situ*. A partir de esta experiencia se observó que, empleado correctamente, el método pudiera ayudar a eliminar los miembros verticales auxiliares o cimbras y simplemente trabajar soportando su peso propio hasta alcanzar el estribo opuesto. Este procedimiento fue aplicado en el puente sobre el río Caroní, en Venezuela, en 1964, el cual fue construido completamente en un lateral y luego empujado. A partir de estas experiencias y del avance de los dos factores mencionados en los párrafos anteriores, el método ha evolucionado rápidamente hasta alcanzar la metodología de lanzamientos sucesivos utilizada actualmente en la cual la estructura se va empujando por segmentos a medida que otros segmentos de igual longitud se van construyendo en el lateral. Esto optimiza de manera importante los tiempos de construcción ya que ambas actividades se solapan en el tiempo.

En años recientes ha habido grandes avances en el método, tanto en los materiales (aceros más ligeros y de mayor resistencia, secciones mixtas, etc.) como en la geometría (puentes curvos o puentes lanzados desde los dos estribos) como también en las tecnologías de apoyo y de lanzamiento (mejores uniones y procesos de soldadura, apoyos de neopreno, etc.).



**Figura 2.1.** Secuencia esquemática del avance de un puente construido por empujes sucesivos. (Rosignoli, 2002)

### **2.1.3. Aspectos del procedimiento y partes del sistema.**

#### **2.1.3.1. Aplicabilidad del método.**

El método de lanzamiento incremental resulta especialmente adecuado para la construcción en zonas con grandes accidentes geográficos que compliquen o imposibiliten el acceso, dado que no requiere ningún tipo de cimbrado.

En otros casos, para decidir si conviene la aplicación del método se debe tener en cuenta la longitud total del puente. La experiencia previa ha demostrado que el método de lanzamiento incremental se vuelve económicamente competitivo frente a otros métodos constructivos a partir de 150 metros de longitud total, distribuida en al menos 3 vanos, en caso contrario, suele resultar más económica la construcción sobre cimbras.

De igual modo, existe una longitud máxima para aplicar el procedimiento la cual está relacionada con la fuerza máxima del sistema de empuje empleado para que éste sea capaz de movilizar toda la masa de la estructura.

En cuanto a la longitud de los vanos, es importante que todos tengan luces similares, las cuales pueden oscilar en general entre 40 y 60 metros dependiendo del tipo de sección transversal empleada. Esto debido a que de otra manera los esfuerzos durante el lanzamiento diferirían mucho entre vanos, requiriendo una sección no constante que dificultaría considerablemente el lanzamiento.

Otros condicionantes del método son la necesidad de un gran espacio en al menos uno de los dos estribos de manera de permitir la instalación del parque de prefabricación y que la alineación debe ser o recta o curva de radio constante, ya que no es posible el lanzamiento de trazados clotoideos.

#### **2.1.3.2. Sistema estructural de la superestructura**

El tablero de los puentes construidos por lanzamientos sucesivos siempre responde al esquema de viga continua o hiperestática, debido a que este es el único esquema que permite resistir tanto el estado final de la estructura como los estados intermedios en los que el tablero trabaja en voladizo.

Este esquema ofrece además las ventajas conocidas para estructuras hiperestáticas como por ejemplo, menores deformaciones que un sistema isostático para la misma sección y mismas luces, mejor respuesta sísmica gracias a la redundancia del sistema, momentos más equilibrados y menor cantidad de juntas, sin embargo, es importante tener en cuenta que este esquema generará, a diferencia de un sistema biapoyado, tensiones de compresión en la fibra inferior y tensiones de tracción en la superior, cuestión que merece especial atención en el caso de secciones mixtas de hormigón-acero. En algunos casos el sistema de viga continua solamente se utiliza durante la etapa de lanzamiento, pero una vez que el puente alcanza su posición final se procede a generar nuevas juntas para volver a un sistema biapoyado, esto se puede dar en puentes en los que se requieran grandes deformaciones.

### 2.1.3.3. Lanzamiento.

Durante el lanzamiento la estructura trabaja como viga continua soportada en cojinetes (apoyos provisionales) y restringida lateralmente por guías que evitan los movimientos en sentido transversal, ya que cualquier excentricidad no prevista tanto en sentido vertical como transversal generará esfuerzos adicionales a los calculados sobre la estructura. Así mismo estas excentricidades influyen significativamente en la alineación del tablero pudiendo requerir el uso de gatos para su corrección, causando retrasos a la obra o daño en los cojinetes. Es por esto que es de suma importancia garantizar la correcta alineación tanto de los cojinetes como de la superficie a ser lanzada.

La fuerza de lanzamiento es directamente proporcional al peso de la superestructura y al rozamiento entre ésta y los aparatos de apoyo. Estos factores varían notablemente dependiendo del tipo de sección transversal y de los materiales utilizados. Actualmente existen en el mercado gran variedad de dispositivos de empuje, aplicables a diferentes magnitudes de cargas de empuje.

Entre los más comunes podríamos citar los sistemas de gatos hidráulicos (ver figura 2.2), utilizados principalmente en estructuras ligeras. Éstos están anclados a la parte trasera de la superestructura y transmiten el empuje actuando contra una serie de puntos fijos en la zona de lanzamiento. Son sistemas relativamente económicos pero no son de gran precisión y en general no permiten el retroceso en caso de error o avance excesivo.

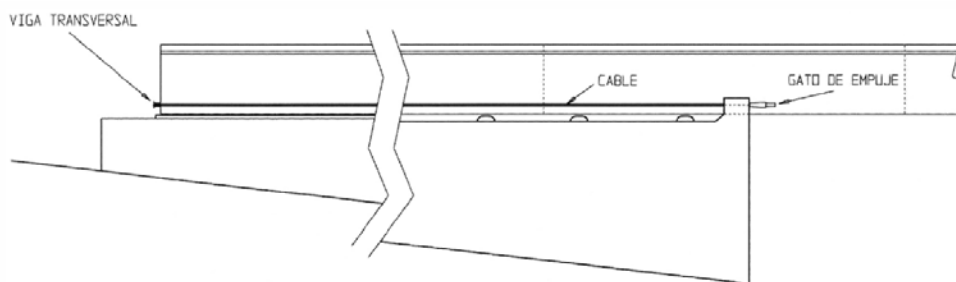


Figura 2.2. Dispositivo de lanzamiento mediante gatos. (Fontán, 2009).

Para el caso de estructuras de gran peso propio se emplean dispositivos de avance por rozamiento (ver figura 2.3). Éstos están fijos en la zona de lanzamiento y funcionan transmitiendo la fuerza de empuje mediante rozamiento, empleando un ciclo en el cual primero se accionan gatos verticales para elevar el tablero, haciendo que éste deje de apoyarse sobre el estribo, y a continuación se accionan los gatos horizontales que empujan a los gatos verticales generando el movimiento de avance. Cuando los gatos horizontales alcanzan su carrera, se descienden los gatos verticales con lo que de nuevo el tablero descansa sobre el estribo o pila, se recuperan los gatos horizontales, finalizando así el ciclo de lanzamiento, que se repetirá las veces que sean necesarias hasta alcanzar la posición final.

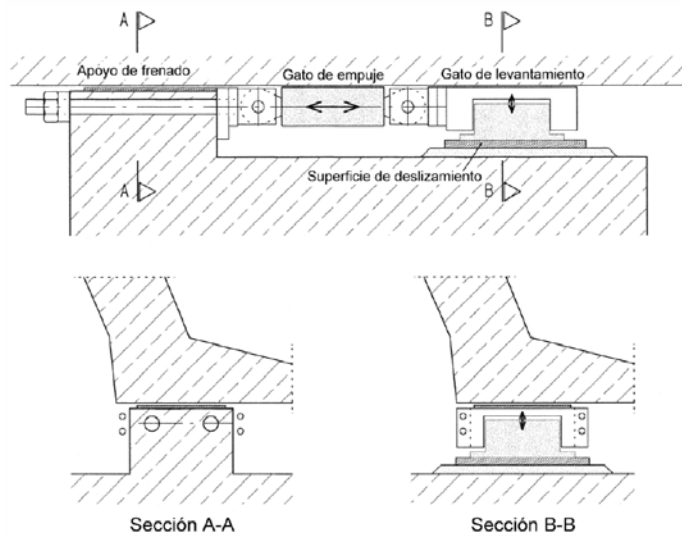


Figura 2.3. Dispositivo de empuje por rozamiento. (Fontán, 2009).

#### 2.1.3.4. Apoyos de lanzamiento.

La mayoría de alternativas disponibles en el mercado para apoyos de lanzamiento están basadas en la tecnología de neopreno-teflón. Éstos combinan una almohadilla con neopreno en la parte superior en contacto con la superestructura y con teflón en la parte inferior, de esta manera la parte superior tiene un rozamiento mucho menor que la inferior y permite que la estructura se deslice relativamente fácil sobre el apoyo. Una vez se ha completado el lanzamiento de la estructura, los aparatos de apoyo son reemplazados por aparatos de apoyo definitivos para la configuración de viga continua.

#### 2.1.3.5. Esfuerzos durante el lanzamiento.

Como se comentó al principio, el método ILM agrega una dificultad adicional al análisis estructural del puente, debido a la gran cantidad de situaciones de apoyo distintas a las que se ve sometida la estructura durante el proceso de lanzamiento, lo cual trae como consecuencia cambios de signo de los esfuerzos. A pesar de que durante la construcción la estructura sólo es responsable de soportar el peso propio, debido a lo extremo de las condiciones de apoyo, generalmente estos esfuerzos alcanzan a ser mayores que los actuantes en la configuración final de la estructura. Esta variabilidad de esfuerzos se puede resumir en dos situaciones críticas que una sección de control de la superestructura sufre en repetidas ocasiones durante su construcción.

La primera situación se da cuando la sección de control se encuentra en el punto central de la luz, donde sufre la máxima flexión positiva. La segunda se produce cuando la sección se encuentra sobre el apoyo en situación de voladizo, donde sufre la máxima flexión negativa y el máximo esfuerzo cortante (ver figura 2.4).

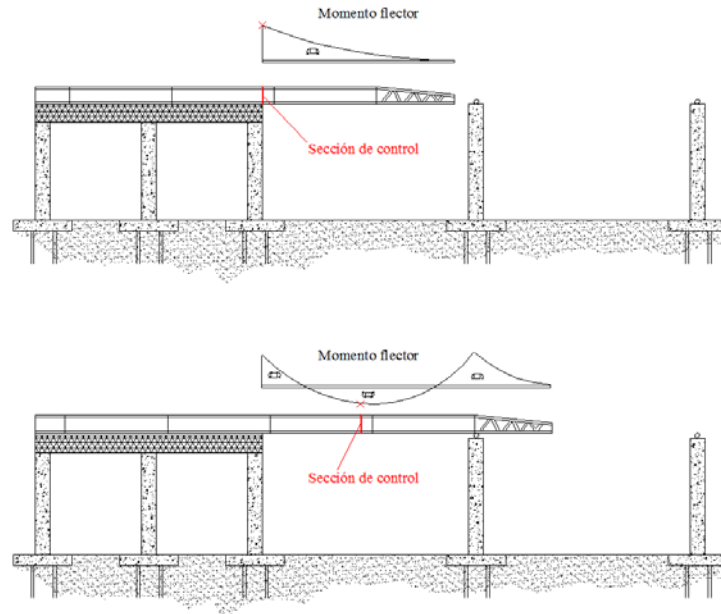


Figura 2.4. Variabilidad de esfuerzos para una sección de control durante lanzamiento (Zorrilla, 2014)

Generalmente los puentes con secciones metálicas se adaptan de manera satisfactoria a esta variación de esfuerzos, además, gracias al reducido peso propio que aportan, los esfuerzos se ven reducidos, obteniéndose magnitudes bastante similares a las de la etapa de servicio de la estructura lo cual ayuda a que no haya excesivo sobredimensionamiento de la sección debido a las consideraciones constructivas. Sin embargo, existen distintas técnicas que ayudan a la reducción de los esfuerzos de flexión sobre la sección durante su lanzamiento, entre éstas podemos citar el uso de tirantes provisionales, o el uso de una nariz de lanzamiento más ligera que la estructura en cuestión.

Aparte de esta variabilidad de esfuerzos, en estructuras metálicas es importante tener en cuenta otros factores durante la etapa de lanzamiento. Uno de ellos es la posibilidad de pandeo lateral torsional, el cual ocasiona un desplazamiento fuera del plano en el sentido de menor inercia de la sección, típicamente en la parte frontal en voladizo de la sección razón por la cual es necesario realizar un arriostramiento horizontal entre las vigas lanzadas, ya sea mediante cables o diagonales formadas por perfiles metálicos. El otro es la posibilidad de abolladura en el alma debido a grandes cargas concentradas puntuales en la sección que pasa por el apoyo, fenómeno conocido como *patch loading*. Este fenómeno, generalmente corregido mediante la colocación de rigidizadores transversales, será tratado con mayor profundidad en el siguiente apartado debido a que es el eje fundamental del estudio posterior.

## 2.2. Cargas concentradas en paneles de alma. *Patch loading*.

### 2.2.1. General.

Como se comentó brevemente en la sección anterior, dentro de los comportamientos tensionales adicionales que introduce el método de empujes sucesivos durante la fase de ejecución y que se hace necesario verificar, se encuentra el efecto de grandes cargas concentradas en el alma o *patch loading*.



Durante el proceso de lanzamiento, cuando la superestructura alcanza una pila, el contacto se realiza a través de unos dispositivos de apoyos especiales (cojinetes), los cuales reciben y reposicionan a la estructura en avance permitiéndole recuperar la flecha. Dichos apoyos son de sección transversal relativamente pequeña generando una reacción vertical no uniforme (Granath P., 1998) la cual se aplica directamente sobre el ala inferior de las vigas y se transmite al alma introduciendo así un nuevo comportamiento que debe tenerse en cuenta en el diseño. Dicho comportamiento es el de cargas concentradas o *patch loading* el cual puede resultar determinante en el dimensionamiento de la sección ya que puede introducir deformación plástica irreversible del alma y con esto pérdida de la capacidad última resistente de la sección.

### 2.2.2. Elementos metálicos comprimidos.

Uno de los aspectos más estudiados dentro del campo de las estructuras metálicas durante el siglo XX fue el análisis de elementos comprimidos. Es conocido que en el diseño de estructuras metálicas, cuando éstas se encuentran sometidas a compresión la resistencia deja de ser el único parámetro a considerar y la inestabilidad comienza a jugar un papel fundamental, en muchas ocasiones gobernando el diseño de la estructura. La inestabilidad de elementos comprimidos se reduce a la tendencia que éstos tienen a pandear antes de alcanzar la carga de plastificación. Muchos estudios han sido realizados en el tema, siendo el trabajo de Timoshenko, publicado en 1961 uno de los pioneros y más exhaustivos que hasta la fecha existen sobre el tema, trabajo posteriormente continuado y complementado por Von Karman y posteriormente Winter introduciendo el concepto de ancho eficaz.

A pesar de que no es directamente el objeto de estudio de este trabajo, se repasa el concepto básico de resistencia de elementos comprimidos debido a la importancia que tiene como base para el estudio de resistencia de elementos sometidos a *patch loading*. Fruto de los estudios mencionados anteriormente, se deduce que el fenómeno de inestabilidad está gobernado por dos parámetros básicos. El primero es la relación entre la carga máxima a la que el elemento comprimido puede ser sometido antes de pandear ( $F_{cr}$ ) y la carga de plastificación ( $F_y$ ), este parámetro es conocido como  $\chi$ . El segundo es la relación entre la longitud del elemento y su espesor, este valor es comúnmente conocido como esbeltez ( $\lambda$ ). Se han encontrado ecuaciones que relacionan ambos valores en las conocidas curvas de pandeo, las cuales indican, en función de la esbeltez que tenga un elemento, cuál será el porcentaje de carga que el mismo podrá desarrollar o  $\chi$ . Típicamente se observan dos fronteras para estas curvas, cuando el valor de  $\chi$  tiende a cero, se entiende que el elemento es inestable y no será capaz de desarrollar nada de su resistencia a compresión sin antes pandear mientras que cuando el valor de  $\chi$  tiende a uno, se entiende que el elemento es completamente estable y podrá llegar a resistir toda la carga de plastificación sin pandear.

### 2.2.3. Paneles metálicos sometidos a cargas puntuales.

Los conceptos y la formulación introducidos en el punto anterior son básicamente los mismos aplicados al caso particular de paneles metálicos sometidos a cargas puntuales de compresión. En general en los estudios se ha entendido este caso como una combinación entre el caso de pandeo de una columna esbelta y el caso de pandeo de un panel completo de alma. De esta manera podemos utilizar las mismas variables explicadas en el caso general de compresión para plotear una curva de pandeo del tipo  $\chi$ - $\lambda$ .

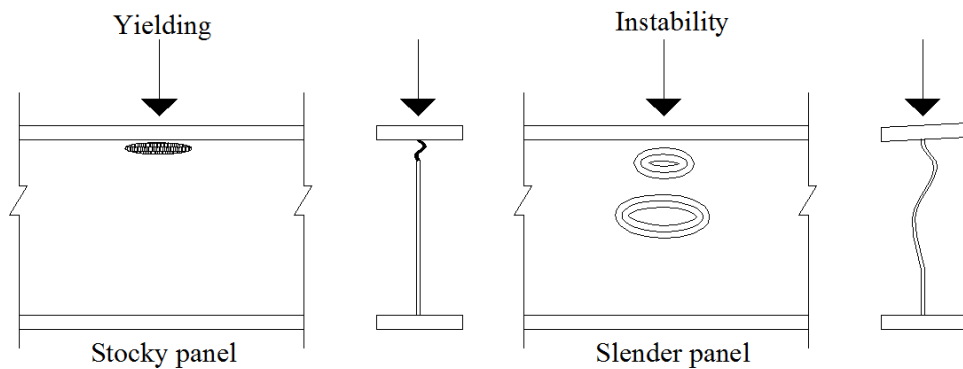
Para esto, identificamos los siguientes valores fundamentales:

- $F_y$ : límite elástico generalmente obtenido mediante un análisis de primer orden.
- $F_{cr}$ : la carga crítica del panel comprimido, calculada mediante la formulación clásica para la estabilidad de placas donde  $k_f$  es dependiente directamente de las condiciones de contorno y de las cargas aplicadas (queriendo decir esto que debe ser calculada independientemente para cada caso particular).

$$F_{cr} = k_f \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \frac{t_w^3}{h_w} \quad (2.1)$$

- $F_{exp}$ : es la carga resistente del panel en particular obtenida de manera experimental.

Con estos parámetros podemos obtener entonces los valores de  $\chi$  y  $\lambda$  definidos en el punto anterior y obtener el modo de fallo al que estará sujeto el panel. Como también se comentó anteriormente, los valores límites a los que tiende  $\chi$  determinan el comportamiento del panel. En este caso de paneles sometidos a cargas puntuales, los límites nos indican de nuevo el modo de fallo del panel y están relacionados directamente con dos tipos de geometría de panel característicos. En los paneles robustos el valor de  $\chi$  tenderá a 1 y el fallo se presentará por plastificación local, mientras que en paneles esbeltos el valor tenderá a 0 y el fallo se presentará por inestabilidad y por ende existirá deformación plástica del panel (figura 2.5.).



**Figura 2.5.** Modos de fallo de paneles robustos y esbeltos sometidos a cargas concentradas. (Chacón, 2009).

En el caso de paneles con rigidizadores transversales, ya no son necesarios únicamente los datos de espesor y límite elástico del panel sino que necesitamos conocer la influencia de la rigidez adicional que aportan dichos elementos en el modo de fallo del panel, dependiendo principalmente de su posición. Esta influencia ha sido generalmente tratada desde dos puntos de vista.

En el primero, el panel se analiza como si no tuviese los rigidizadores, y posteriormente se añade un parámetro  $f_s$  a su resistencia última. Este parámetro dependerá fundamentalmente de la posición de los rigidizadores dentro del panel. En el segundo punto de vista el panel se trata desde un principio como un panel rigidizado, por lo que el  $F_{cr}$  calculado inicialmente cambiará en función del cambio en la geometría y condiciones de contorno del panel.

Sin embargo cualquiera que sea el punto de vista utilizado, el uso de rigidizadores genera, como es lógico, un incremento en la capacidad última del panel, dependiendo de la ubicación que éstos tengan dentro del mismo.

Una gran cantidad de trabajos han sido publicados acerca de la resistencia de paneles sometidos a cargas concentradas, tanto con como sin rigidización transversal. En los últimos

años, éstos han sido resumidos y concentrados en trabajos puntuales con la meta de unificar los criterios para obtener los parámetros  $\chi$  y  $\lambda$  determinantes en la resistencia última de estos paneles. En particular podemos citar los trabajos presentados por (Lagerqvist, 1994 ,1995 y 1996) y posteriormente las tesis doctorales de (Graciano, 2002) y (Davaine, 2005) tratando el tema de paneles rigidizados transversalmente. En general, se puede encontrar en la bibliografía revisada que hay trabajos donde se plantean gran cantidad de expresiones empíricas para la obtención de la carga última como trabajos que plantean modelos mecánicos de fallo particulares para el caso de *patch loading*. Se presenta a continuación una breve reseña de ambos modos de proceder.

### 2.2.3.1. Aproximaciones empíricas a la carga última.

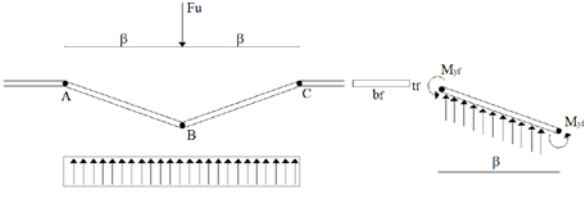
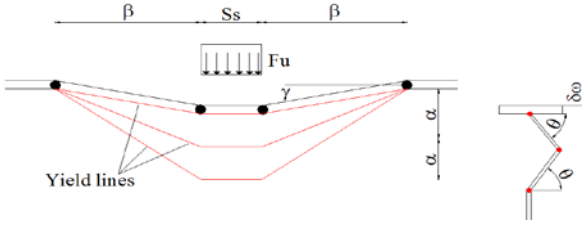
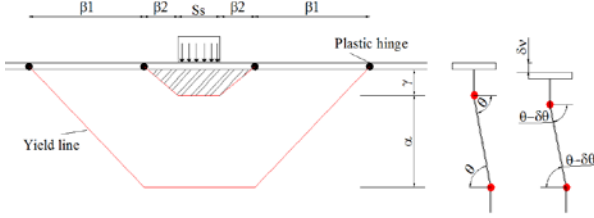
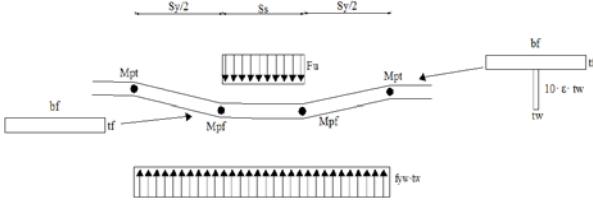
Cientos de vigas sometidas a cargas concentradas puntuales han sido ensayadas experimentalmente durante el último siglo en una gran cantidad de trabajos alrededor del mundo. El conjunto de estos trabajos otorga un campo experimental de más de 400 elementos ensayados. Los resultados de todos los trabajos resumidos exhaustivamente en las referencias del párrafo anterior dan lugar a una muy importante base de datos sobre la cual realizar aproximaciones empíricas. A continuación se presenta una relación cronológica de los estudios más destacados y sus aportes

Año	Autores	Descripción y aportes
1960	Granholm	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Primera aproximación empírica a la carga última en paneles sometidos a <i>patch loading</i>.</li> <li>- Los parámetros fundamentales son, el tamaño de la carga aplicada, la geometría del ala, la separación de rigidizadores y el límite elástico de los materiales.</li> </ul>
1990	Dubas	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Propone un valor suma de dos valores independientes <math>F_{u1}</math> y <math>F_{u2}</math>.</li> <li>- <math>F_{u1}</math> se obtiene mediante una aproximación de von Kármán.</li> <li>- <math>F_{u2}</math> es resultado de un mecanismo de bielas y tirantes en forma de cercha triangular.</li> </ul>
2002	Graciano	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Plantea una expresión que toma el valor de carga última del panel sin ningún tipo de rigidización incrementado por un factor <math>f_s</math>.</li> </ul>
2007	Fonseca et al.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Formulación basada en métodos experimentales avanzados de red de inteligencia artificial.</li> </ul>
2007	Cevik	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Formulación basada en métodos experimentales avanzados de programación genética.</li> </ul>

**Tabla 2.1.** Relación cronológica de aproximaciones empíricas a la carga última.

### 2.2.3.2. Modelos mecánicos de fallo.

Generalmente los modelos mecánicos de fallo presentados para la resolución del problema de resistencia última frente a cargas concentradas se basan en el teorema de colapso plástico. El teorema utiliza la relación entre la aparición de rótulas plásticas en las zonas donde se alcanza el momento plástico y la compatibilidad de las deformaciones. Una vez se conoce cuál será el mecanismo de fallo es posible calcular la carga última. Este procedimiento es relativamente sencillo para estructuras donde solo existe un posible mecanismo, sin embargo en el caso de paneles sometidos a cargas concentradas esto no es así ya que el mecanismo propuesto varía en función de diversas hipótesis básicas. A continuación se presenta un recorrido cronológico básico por los modelos de fallo más notables planteados desde 1979 hasta la actualidad

Año	Autores	Modelo	Características relevantes
1979	Bergfelt		<ul style="list-style-type: none"> <li>-Tres rótulas plásticas estando la tercera directamente bajo la carga.</li> <li>-Posibilidad de no ser cinemáticamente admisible.</li> </ul>
1979-1981	Roberts y Rockey		<ul style="list-style-type: none"> <li>- 4 rótulas plásticas.</li> <li>-Línea de plastificación semicircular en el alma.</li> <li>- Desplazamiento vertical del ala cargada.</li> </ul>
1989	Shimizu		<ul style="list-style-type: none"> <li>- 4 rótulas plásticas.</li> <li>-2 líneas de plastificación paralelas.</li> <li>- Más preciso que el anterior al utilizar valores prácticos reales de tamaño de apoyo.</li> </ul>
2004	Lagerqvist		<ul style="list-style-type: none"> <li>-Base de la formulación empleada en EN.1993-1-5.</li> <li>-Simplifica el modelo de Roberts y no considera línea de plastificación.</li> </ul>

2005	Davaine		<p>- Realiza un estudio paramétrico y encuentra dos mecanismos de fallo para dos geometrías de panel. <math>b_1/h_w &gt; 0,15</math> y <math>b_1/h_w &lt; 0,15</math></p> <p>-No se realizan simplificaciones porque se busca precisión.</p>
------	---------	--	--

**Tabla 2.2.** Relación cronológica de modelos mecánicos de fallo planteados

### 2.2.3.3. Resistencia última según EN 1993-1-5.

El tratamiento normativo para paneles sometidos a cargas concentradas actualmente incluido en el EN 1993-1-5 se basa al igual que en otros problemas de inestabilidad en un enfoque de resistencia plástica reducida parcialmente mediante un coeficiente  $\chi_f$  que toma en cuenta los fenómenos de inestabilidad. De esta manera la carga última resistida por el alma viene dada por:

$$F_{RD} = \frac{\chi_f \cdot f_{yw} \cdot l_y \cdot t_w}{\gamma_{m1}} \quad (2.2)$$

Donde el coeficiente reductor  $\chi_f$  se calcula como:

$$\chi_f = \frac{0.5}{\lambda_f} \leq 1 \quad (2.3)$$

Siendo la esbeltez:

$$\lambda_f = \sqrt{\frac{f_{yw} \cdot l_y \cdot t_w}{F_{cr}}} \quad (2.4)$$

Y la carga transversal crítica de abolladura local del alma frente a carga concentrada:

$$F_{cr} = 0.9 \cdot k_f \cdot E \cdot \frac{t_w^3}{h_w} \quad (2.5)$$

El coeficiente  $k_f$  varía para cada caso dependiendo de la situación de aplicación de carga y rigidización. Para el caso que nos ocupa en el presente trabajo (cargas aplicadas a través de un ala y resistida por esfuerzo cortante en el alma con rigidizadores transversales) el coeficiente  $k_f$  viene dado por:

$$k_f = 6 + 2 \cdot \left( \frac{h_w}{a} \right)^2 \quad (2.6)$$

Por otro lado, en la fórmula de carga última, el término  $l_y$  es definido como la longitud efectiva de carga y se calcula mediante la fórmula:

$$l_y = S_s + 2 \cdot t_f \cdot (1 + \sqrt{m_1 + m_2}) \leq a \quad (2.7)$$

Donde  $m_1$  y  $m_2$  son los parámetros adimensionales:

$$m_1 = \frac{f_{yf} \cdot b_f}{f_{yw} \cdot t_w} \quad (2.8)$$

$$m_2 = 0,02 \cdot \left( \frac{h_w}{t_f} \right)^2 \text{ si } \lambda_f > 0.5 \text{ en caso contrario } m_2 = 0 \quad (2.9)$$

Sin embargo, es necesario comentar, que a partir de las conclusiones expuestas por Chacón et al. (2012) el valor de  $m_1$  será corregido en la nueva versión de EN-1993-1-5 mientras que el valor de  $m_2$  desaparecerá completamente,

Por otro lado, el término  $a$ , se refiere a la separación entre rigidizadores. Se puede observar que el parámetro de longitud cargada efectiva tiene un límite superior expresado como la separación entre rigidizadores, lo que quiere decir que para rigidizadores muy cercanos, el valor de  $l_y$  se ve limitado a la distancia  $a$ , limitando a su vez el valor de carga última resistida dado que son directamente proporcionales. Éste es el tema central del presente trabajo por lo que será tratado exhaustivamente en el siguiente apartado.

### 2.3. Rigidizadores poco espaciados.

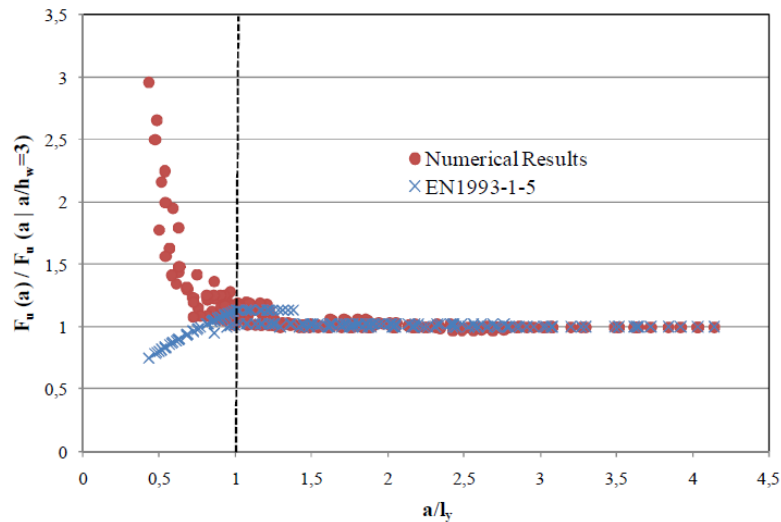
Como se expresó en el apartado anterior, el tratamiento normativo de EN1993-1-5 para la obtención de la resistencia última de una sección ante cargas concentradas o *patch loading*, considera el término  $l_y$  que corresponde a la longitud cargada efectiva. Este término es en general dependiente de la geometría de la viga y del tamaño de la carga aplicada. Sin embargo, la formulación establece un límite superior en el caso de vigas rigidizadas transversalmente, para las cuales, el valor de  $l_y$  puede ser como máximo, igual al valor  $a$  correspondiente a la distancia entre rigidizadores transversales.

Esta limitación se introduce en EN1993-1-5 con la intención de evitarlos problemas de abolladura por cortante en los paneles de alma adyacentes al panel cargado, pero introduce además una limitación que a primera vista resulta contradictoria en la resistencia última de paneles sometidos a *patch loading*. Mientras que la intuición indica que para rigidizadores menos espaciados entre ellos, mayor debería ser la resistencia de la viga frente a cargas concentradas, la formulación de la norma solo cumple esta hipótesis hasta encontrarse con la frontera en la cual  $l_y = a$ , a partir de este momento se invierte la tendencia, y los resultados obtenidos de utilizar la formulación normativa contradicen la intuición ya que al ser  $F_{RD}$  directamente dependiente de  $l_y$  el valor de la resistencia tiende a disminuir a medida que se continúan acercando los rigidizadores.

A pesar de que una geometría con rigidizadores poco espaciados no suele ser la más empleada en el diseño de puentes, su utilización es realista y bastante probable en el caso de ciertos cantos de vigas. En general, para cantos de vigas de 2000mm o menos, la relación  $a/h_w$  para la cual se cruza la frontera de  $l_y = a$  toma valores de 1,00 o mayores, lo cual es bastante probable que ocurra en el diseño real de puentes.

Esta contradicción en los resultados de resistencia ante cargas concentradas de paneles densamente rigidizados, ha sido profundamente estudiada por Chacón en su tesis doctoral (2009) así como en numerosas publicaciones posteriores. En estas investigaciones se realiza un

exhaustivo análisis de la resistencia a cargas concentradas de vigas híbridas rigidizadas transversalmente, tanto con medios numéricos como experimentales y al comparar los resultados obtenidos, con los resultados procedentes de aplicar la normativa europea, se encuentra que hay una frontera clara a partir de la cual los resultados comienzan a variar significativamente, tomando tendencias completamente contrarias. Esta frontera es la situación mencionada anteriormente en la que  $l_y = a$ .



**Figura 2.6.**  $F_u(a)/F_u(a|a/h_w=3)$  vs.  $a/l_y$ . Utilizando tanto métodos numéricos (rojo) como el método incluido en EN1993-1-5 (azul). (Chacón, 2009).

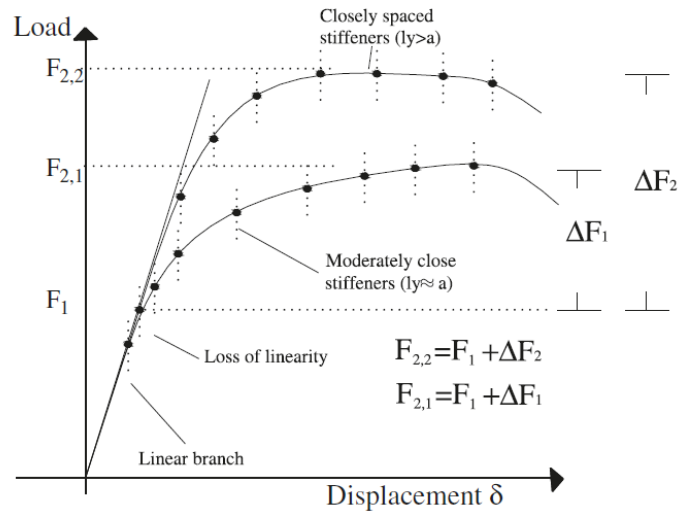
En general, como se puede observar en la figura 2.6, los resultados numéricos se adaptan satisfactoriamente a los resultados obtenidos utilizando la normativa hasta la mencionada frontera a partir de la cual se observa que las tendencias entre ambas maneras de calcular la carga última se vuelven completamente opuestas, mientras que los resultados numéricos y experimentales confirman lo que indica la intuición (a rigidizadores más cercanos, mayor resistencia), los resultados normativos indican exactamente lo contrario. De esta observación, se concluye entonces, que para los casos donde  $l_y$  es igual o mayor que  $a$  la normativa subestima considerablemente la resistencia de los paneles.

Al no encontrar bibliografía existente que explicara de forma detallada este problema, (Chacón, 2009) realizó un estudio paramétrico, específicamente para vigas con proporciones  $a/l_y \leq 1$  con la intención de proponer un nuevo modelo para la verificación de resistencia ante cargas concentradas en estos casos.

### 2.3.1. Mecanismo de fallo observado.

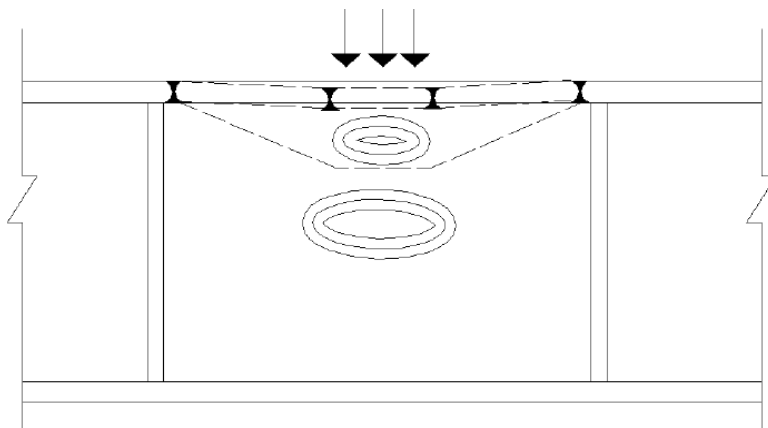
Los resultados obtenidos de los estudios tanto experimentales como numéricos realizados por (Chacón, 2009) para vigas con rigidizadores poco espaciados ( $a/l_y \leq 1$ ) muestran de manera clara el comportamiento del mecanismo de fallo. En todos los casos se observa una primera rama claramente lineal hasta un valor determinado  $F_1$ . A partir de este valor de fuerza, el panel de alma abolla, haciendo que se pierda la linealidad mientras que el panel de ala cargada permanece en rango elástico. Esto hace que la fuerza continúe aumentando con una pendiente distinta hasta un valor de  $F_2$  en el cual se forman cuatro rótulas plásticas en el ala

superior, mientras que el alma presenta deformación y abolladura considerables. Teóricamente, de las cuatro rótulas que forman el mecanismo, las dos externas se encuentran en la intersección entre los rigidizadores y el ala superior mientras que las dos internas se forman en los bordes de la zona donde se aplica la carga.



**Figura 2.7.** Gráfico de respuesta estructural carga-desplazamiento encontrado para vigas con rigidizadores transversales poco espaciados. (Chacón, 2012).

Observando este mecanismo de fallo y asumiendo que el sistema contará con una ductilidad suficiente para deformarse considerablemente en el rango plástico, es posible pensar que la resistencia ante cargas concentradas de este tipo de paneles, se ve incrementada gracias a la aparición del mecanismo en el ala superior, y que por ende hay un valor de resistencia posterior al valor de  $F_1$  que vale la pena considerar. Para esto (Chacón, 2009) realiza un estudio paramétrico en 89 tipos de vigas con rigidizadores poco espaciados que busca encontrar qué papel juega cada uno de estos parámetros en la determinación del valor de esta resistencia adicional.



**Figura 2.8.** Mecanismo de fallo de cuatro rótulas en el ala superior observado al alcanzar el valor de  $F_2$  (Chacón, 2009).



### 2.3.2. Respuesta estructural.

El estudio paramétrico llevado a cabo consideró diversas situaciones de rigidez tanto de alma como de rigidizadores. Se consideraron casos de rigidizadores flexibles y rígidos, así como geometrías en las cuales la carga crítica de abolladura a cortante  $V_{cr}$  era inferior a  $F_1$ , se encontraba entre  $F_1$  y  $F_2$  o era superior a  $F_2$ . Sin embargo una vez realizado el estudio numérico, las conclusiones se basan principalmente en los resultados derivados de los casos en los cuales se asumen como válidos los requerimientos mínimos normativos de rigidez tanto de alma como de rigidizadores. Para los demás casos, el mecanismo de fallo por carga concentrada interactúa considerablemente con mecanismos de abolladura por cortante en los paneles contiguos, lo cual dificulta enormemente sacar conclusiones acerca del problema en cuestión.

Las observaciones que gobernaron el modo de fallo de todas las vigas fueron las mismas y coinciden con lo ilustrado en la figura 2.7:

- Incremento significativo de resistencia posterior a  $F_1$
- Abolladura del alma al alcanzar  $F_1$
- Deformación plástica en el ala superior, en la intersección entre ésta y el rigidizador.

Con estas observaciones como base, se procede a observar en detalle la influencia de dos parámetros que parecen determinantes. La influencia de la sección transversal de los rigidizadores transversales, y las tensiones longitudinales en el ala cargada.

#### 2.3.2.1. Influencia de los rigidizadores transversales.

La normativa europea EN1993-1-5 considera los rigidizadores como elementos suficientemente rígidos cuando se cumplen criterios mínimos de resistencia y rigidez que satisfacen la relación  $N_{ED} < N_{b, RD}$  donde  $N_{ED}$  es el axil de diseño y  $N_{b, RD}$  el axil resistente. La ecuación 2.10 presenta un valor del axil de diseño  $N_{ED}$  al cual puede estar sometido el rigidizador cuando se generan mecanismos post críticos de cortante en los paneles adyacentes. Adicionalmente la ecuación 2.11 establece un criterio mínimo de rigidez de los elementos. Cuando los rigidizadores transversales no cumplen estos dos requisitos, son considerados flexibles.

$$N_{ED} = \Delta F_v = V_{b, RD} - \frac{f_{yw} \cdot t_w \cdot h_w}{\sqrt{3} \cdot \lambda_w^2} \quad (2.10)$$

$$\frac{b_r \cdot t_r^3}{12} \geq \frac{1,5 \cdot h_w^3 \cdot t_w^3}{a^2} \quad (2.11)$$

Por otro lado, para todos los casos estudiados por Chacón, se encontraron dos conclusiones fundamentales en cuanto a la influencia de la rigidez de los elementos transversales.

- No existe prácticamente ninguna influencia de los rigidizadores en el valor de la carga para la cual se pierde la linealidad  $F_1$ , este valor parece estar gobernado completamente por el alma.
- La influencia aumenta para el valor de  $F_2$ . En este caso, como puede parecer lógico, mientras más rígidos sean los elementos transversales, mayor es la carga última  $F_2$ .

Sin embargo, en el estudio se demuestra que la influencia no es significativa en términos de porcentaje, mostrando un aumento máximo de la capacidad  $F_2$  de 7,2% mientras que la diferencia entre los valores máximos y mínimos obtenidos para  $F_2$  al variar la rigidez de los elementos transversales es en todos los casos menor a la media de valores obtenidos. Por lo tanto se entiende que esta rigidez no influye significativamente en la resistencia.

Por esta razón, el autor continúa el estudio del problema tomando en cuenta como válidos los requerimientos mínimos que para estos elementos establece el EN1993-1-5.

### 2.3.2.2. Influencia de la resistencia del ala cargada.

Como se ha explicado anteriormente, y como se observa con claridad en la figura 2.7, en las vigas estudiadas el mecanismo de fallo suele ser el siguiente. Primero, la viga es cargada hasta llegar a un valor de  $F_1$  para el cual el alma sufre deformación plástica y el ala cargada se mantiene lineal a un cierto nivel de esfuerzos. A partir de aquí, siempre que los rigidizadores tengan rigidez suficiente, se desarrolla una reserva de capacidad adicional gracias al trabajo del ala cargada hasta el punto en el que se forman cuatro rótulas plásticas en el momento en el que se alcanza  $F_2$ . Esto lleva a pensar que el estado de tensiones al cual se encuentra sometida el ala cargada en el momento de alcanzar  $F_1$  juega un papel determinante en el cálculo de la capacidad adicional que se desarrolla posteriormente.

Para estudiar esto, (Chacón, 2009) realiza un análisis de la evolución del estado de tensiones del ala cargada para cada una de las vigas en estudio, los resultados de este análisis son presentados en forma de gráficos que relacionan las tensiones en el ala  $\sigma_f$  con la carga aplicada. Estas gráficas presentaron un comportamiento muy similar entre ellas para las distintas vigas y permiten sacar las siguientes conclusiones:

- Se observa una pérdida de linealidad cuando la carga aplicada alcanza el valor  $F_1$ .
- A partir de la pérdida de linealidad, el nivel de tensiones en el ala aumenta considerablemente con cada incremento de carga.
- El estado tensional en el ala depende de la esbeltez del alma, mientras menos esbelto sea el panel del alma, mayor es el estado tensional del ala.
- Las tensiones en las rótulas internas del mecanismo son mayores que en las rótulas externas, llegando a alcanzar para casos con almas muy rígidas el límite elástico del material. En estos casos, se cuestiona que sea posible que se desarrolle el mecanismo de resistencia adicional de cuatro rótulas.

En base a estas conclusiones, se plantea el cálculo de un coeficiente que relacione el estado tensional en el ala para la aplicación de una carga equivalente a  $F_1$  con el límite elástico del material, tanto para las rótulas internas como externas, este valor, será determinante en el cálculo de la resistencia adicional de la viga y está definido como:

$$\chi_f = \frac{\sigma_f}{f_{yf}} \quad (2.12)$$

### 2.3.3. Nuevo método propuesto.

Posteriormente al estudio descrito en los apartados anteriores, y considerando que queda demostrado que existe en la actual normativa EN1993-1-5 una subestimación importante de la capacidad de las vigas ante cargas concentradas para los casos en los cuales los rigidizadores transversales se encuentran poco espaciados entre sí, (Chacón, 2009) propone un nuevo modelo de cálculo específico para estos casos, en el cual se toma en cuenta la resistencia adicional aportada por el ala cargada y comentada en el apartado anterior.

Este nuevo modelo se basa en dos términos principales. Un primer término que toma en cuenta la contribución del alma y que se basa en la formulación presente actualmente en la normativa y un segundo término que toma en cuenta la resistencia adicional aportada debido a la formación del mecanismo de cuatro rótulas plásticas explicado anteriormente. La ecuación 2.13 muestra cada uno de los dos términos de dicho modelo.

$$F_{RD} = \frac{\chi \cdot F_{y(l_y=a)} + \Delta F_f}{\gamma_{m1}} = \frac{\chi \cdot f_{yw} \cdot a \cdot t_w + \Delta F_f}{\gamma_{m1}} \quad (2.13)$$

Para la obtención de  $\Delta F_f$  se utiliza el teorema de límite superior de colapso plástico tomando en cuenta un mecanismo de cuatro rótulas plásticas (figura 2.17). Este mecanismo empieza a trabajar al alcanzar  $F_1$  por lo que se considera que el alma está completamente agotada y no se toma en consideración ninguna aportación de la misma. Por otro lado se asume el panel de ala como de alta ductilidad debido a que se esperan deformaciones considerables dentro del rango plástico. El ala se asume como una viga cargada localmente de sección transversal  $b_f \times t_f$  y de longitud total igual a la distancia entre rigidizadores  $a$ . Si los rigidizadores son suficientemente rígidos, la viga se asume como encastada en ambos extremos.

De la solución de este mecanismo se obtiene un momento resistente del sistema. Sin embargo, este momento, es dependiente de un valor  $f_{yf}$  que no puede ser el valor total del límite elástico del ala, debido a que en el momento de aparición de este mecanismo ( $F_1$ ) el ala ya se puede encontrar notablemente cargada en el rango elástico. En su lugar el autor plantea la adopción de un valor  $f_{yf}^*$  que toma en cuenta el estado tensional del ala y por consiguiente solo aporta al mecanismo la cantidad de tensión resistente que queda disponible en el ala. Este valor se halla en función de los ratios de tensión presentes en la sección como:

$$f_{yf}^* = (1 - \chi_f) \cdot f_{yf} \quad (2.14)$$

Dónde:

$$\chi_f = \frac{\sigma_f}{f_{yf}} \quad (2.15)$$

En esta expresión,  $\sigma_f$  representa la tensión actuante en el ala para una carga igual a  $F_1$ . Esto se hace tanto para la zona de la rótula externa (intersección ala-rigidizador) como para la rótula interna (borde de aplicación de la carga).

Con estos valores, y aplicando el principio de los trabajos virtuales en el sistema, se obtiene una ecuación para  $\Delta F_f$ :

$$\Delta F_f = \frac{b_f \cdot t_f^2 \cdot f_{yf}}{(a - S_s)} \cdot [2 - (\chi_{fo} + \chi_{fi})] \quad (2.16)$$

Utilizando los valores de tensiones obtenidos de los modelos numéricos en esta ecuación, el autor encontró que los valores de  $F_2$  calculados se adaptaban muy satisfactoriamente a los valores obtenidos directamente de los modelos numéricos. Sin embargo, aún hay ciertos factores que son importantes tomar en cuenta para adaptar el modelo a una utilización práctica de proyecto.

En primer lugar, como ya se ha comentado, a medida que los paneles de alma comienzan a ser más rígidos el nivel de tensiones en el ala cuando se alcanza el valor de  $F_1$  tiende a ser más alto, en algunos casos reales puede ocurrir que al alcanzar  $F_1$  el estado tensional en la rótula interna del ala alcance el valor de  $f_{yf}$ , si esto ocurre, es poco probable que se genere el mecanismo resistente y por ende que exista una reserva de resistencia más allá de  $F_1$ . Para controlar esto, el autor plantea la siguiente limitación al modelo:

$$\Delta F_f = 0 \quad \text{si} \quad \chi_{fj} = 1,0 \quad (2.17)$$

Por otro lado, se entiende que el valor de  $F_{RD}$  propuesto como la suma de  $F_1$  más  $\Delta F_f$  no es en sí mismo un valor de diseño, dado que  $F_1$  es una magnitud obtenida numéricamente mediante un análisis no lineal de incremento de carga. Si un proyectista debe realizar previamente un complicado análisis no lineal de la estructura para poder obtener el valor de  $F_1$ , el método de diseño pierde el sentido práctico, ya que sería más sencillo simplemente diseñar toda la estructura mediante dicho análisis y olvidar la formulación aquí presentada. Tomando esto en cuenta, el autor plantea que la resistencia de la viga ante cargas concentradas sea calculada como la suma del  $F_{RD}$  obtenido mediante las ecuaciones planteadas en EN1993-1-5 más el valor de  $\Delta F_f$  anteriormente planteado. De esta manera no sólo se le facilita al diseñador la aplicación del método sino que se introduce además un factor de seguridad, dado el hecho de que para todos los casos estudiados  $F_{RDEN1993-1-5} < F_1$ .

Además, según el mismo razonamiento anterior, se hace necesario encontrar una manera de que el diseñador que esté aplicando el método, pueda hallar la tensión en el ala cargada, mediante un análisis global elástico sencillo, sin la necesidad de conocer previamente el valor de  $F_1$ . Para esto, el autor propone de nuevo que se utilice el valor  $F_{RDEN1993-1-5}$  calculado según la normativa para la realización de un análisis global elástico de la estructura que permita hallar de manera sencilla el valor de tensión en el ala. Sin embargo, a diferencia de lo comentado en el párrafo anterior, al ser  $F_{RDEN1993-1-5} < F_1$ , la utilización del valor normativo, nos coloca del lado de la inseguridad, ya que el análisis elástico arrojará tensiones actuantes menores a las reales y por ende valores de reserva de tensiones mayores a los reales, sobreestimando así la capacidad total de la viga. Para corregir esto, se plantea un coeficiente de corrección del valor de  $\chi_{fj}$  dependiente de la esbeltez del panel, tendiendo a 1 en paneles poco esbeltos, y aumentando considerablemente el nivel de tensiones para paneles muy esbeltos en los que se ha demostrado que el margen de seguridad es alto. De esta manera el valor de  $\chi_{fj}$  se puede calcular como:

$$\chi_{fj} = \frac{\sigma_{j,FRD}}{f_{yf}} \cdot \left( 1,0 + 0,005 \cdot \left( \frac{h_w}{t_w} \right) \right) \quad (2.18)$$

Por último, dado que el límite elástico del ala juega un papel tan importante en el desarrollo de la resistencia posterior a  $F_1$  el autor considera el efecto de la utilización de vigas híbridas, es decir, en las que el límite elástico de las alas es mayor que el del alma. Para estos casos, y como es de esperar, se encuentra que el valor de pérdida de linealidad  $F_1$  permanece prácticamente inalterado, ya que éste depende fundamentalmente del alma, mientras que el valor de  $\Delta F_f$  aumenta a medida que aumentamos el valor del límite elástico del ala.

Sin embargo, al comparar los resultados obtenidos mediante el método de cálculo y mediante los modelos de análisis no lineal, se encontró que para los casos híbridos, el método de cálculo propuesto puede llegar a sobreestimar el valor de carga última resistente, debido a que no se toman en cuenta otros factores que pueden comenzar a jugar papeles fundamentales, como fallos de abolladura por cortante de los paneles contiguos o fallos de abolladura local de los propios rigidizadores. Debido a esto, el autor plantea un coeficiente  $\kappa$  que permite controlar y mantener dentro del margen de seguridad los aumentos de resistencia que naturalmente genera la utilización de vigas híbridas mediante una relación decreciente lineal dependiente del grado de hibridez de la pieza de la siguiente manera:

$$\kappa = \left( 1,25 - 0,25 \cdot \left( \frac{f_{yf}}{f_{yw}} \right) \right) \quad (2.19)$$

#### 2.3.4. Influencia de la disposición de un nervio de rigidez en el ala.

Posteriormente; en su tesis doctoral (Ripa, 2015) estudia la resistencia frente a cargas concentradas, en los casos en los que se dispone un nervio de rigidez adicional en el ala cargada que trabaje en conjunto con los rigidizadores transversales.

Ripa confirmó durante la realización de su trabajo lo observado previamente por Chacón en cuanto a la clara subestimación de la normativa europea en el caso de resistencia frente a cargas concentradas. Además, mediante un análisis paramétrico de elementos finitos en modelos híbridos de *shells* y barras el autor logró concluir que el mecanismo de fallo observado al agregar un nervio de rigidez en el ala cargada se asemeja notablemente al modo de fallo observado por Chacón y descrito en el apartado 2.3.1 de este trabajo. Sin embargo, debido a que la resistencia adicional desarrollada posteriormente a la pérdida de linealidad depende directamente del ala, en los casos en los que se dispone un nervio de rigidez en el ala, la resistencia a flexión de ésta se incrementa notablemente, y por lo tanto la magnitud de la resistencia adicional desarrollada aumenta notablemente.

Entendiendo esto, el autor plantea un método de diseño que considera dicha resistencia adicional, en el cual al igual que el planteado por Chacón, la resistencia se obtiene como la suma de dos términos, uno que depende del alma y que es similar al que se encuentra actualmente en el EN-1993-1-5 y un segundo término que otro término que considera la resistencia a flexión desarrollada por el nervio de rigidez en conjunto con el ala y los rigidizadores transversales.

### **2.3.5. Resumen.**

Investigaciones previas han demostrado que la actual normativa subestima, de manera considerable, la capacidad de vigas ante cargas concentradas, para los casos en los cuales los rigidizadores transversales se encuentran poco espaciados entre sí; siendo la frontera que delimita este tipo de vigas el caso en el que la longitud efectivamente cargada es igual a la separación entre rigidizadores. Observando esto, (Chacón, 2009), propone un nuevo modelo de cálculo de resistencia, específico para este tipo de vigas, en los casos en los que se cumplen las disposiciones normativas en cuanto a esbelteces máximas de paneles, de manera de descartar la posibilidad de fallos de abolladura por cortante o de pandeo de los rigidizadores.

Este nuevo modelo se basa en dos términos principales. Un primer término que toma en cuenta la contribución del alma y que se calcula mediante la formulación presente actualmente en la normativa y un segundo término que toma en cuenta la resistencia adicional aportada debido a la formación de un mecanismo de cuatro rótulas plásticas en el ala cargada. Esta resistencia adicional depende directamente del estado tensional del ala en el momento de pérdida de linealidad.

Para que este método sea de aplicación práctica, es necesario plantear una manera sencilla de obtener las tensiones en el ala cargada. Para esto, (Chacón, 2009) plantea la utilización de un análisis elástico global de la estructura bajo la aplicación de una carga puntual equivalente al valor normativo de  $F_{RD}$  así como la aplicación de un factor de corrección de dicho valor que nos coloque del lado de la seguridad.

El estudio que se presenta de aquí en adelante busca calibrar el valor de cálculo de dichas tensiones en el ala, para poder aplicar la formulación planteada por (Chacón, 2009) y obtener un valor resistente que sea a la vez seguro y ajustado a la realidad del mecanismo de fallo estudiado.

### **3. MODELOS NUMÉRICOS.**

#### **3.1. Breve introducción al Método de Elementos Finitos.**

Desde su aparición en la década de los 60 del siglo pasado, el método de elementos finitos o FEM por sus siglas en inglés se ha desarrollado enormemente gracias en parte al gran avance computacional que ha acompañado las últimas décadas, convirtiéndose en una herramienta clave en la resolución de problemas de ingeniería de diversas tipologías y siendo actualmente el método más potente para la resolución y análisis de estructuras uni, bi o tridimensionales complejas.

Se trata de un método numérico que a grandes rasgos consiste en transformar una estructura continua en un sistema discretizado en donde conociendo las ecuaciones que rigen el comportamiento del material de cada elemento, se resuelve de forma aproximada el comportamiento del conjunto global. Esto implica la aparición de una gran cantidad de ecuaciones a resolver, generando un gran esfuerzo de cálculo, sin embargo éste es un problema que hoy en día pierde importancia gracias al gran desarrollo que han tenido los procesadores de cálculo en los últimos años.

El método se divide en dos fases principales, la primera denominada preproceso se trata de realizar un modelo idealizado de la estructura, para posteriormente discretizarlo mediante una malla. Esta malla es una división de la totalidad de la estructura en pequeños elementos, conocidos como elementos finitos que se conectan mediante nodos. Los elementos pueden ser escogidos como uni, bi o tridimensionales, dependiendo básicamente del tipo de problema (geometría, condiciones de contorno y cargas actuantes) y de la información que se quiere extraer del mismo. Una vez definido el modelo matemático y discretizado el dominio del problema en una malla de cálculo, se escoge un método de resolución de las ecuaciones del problema (Gauss, Choleski, etc.) para poder implementar el modelo numérico completo en un ordenador y realizar el cálculo mediante un procesador.

La segunda fase se denomina postproceso. En esta fase se analizan los resultados obtenidos y su correlación con la realidad del problema. Es de vital importancia mantener en mente que el FEM es un método de resolución de problemas aproximado que variará en precisión dependiendo de las decisiones que tomemos en la etapa de preproceso (aproximación a la geometría real, densidad de la malla, tipo de elemento utilizado) por lo que siempre se debe comprobar la correcta representatividad de la solución obtenida, y si ésta no converge satisfactoriamente a la realidad, se ha de volver a la etapa de preproceso y tomar medidas adecuadas para la corrección del problema.

Para el caso de análisis mediante FEM de chapas de acero, el anejo C de EN-1993-1-5 establece los pasos a seguir y las variables a tomar en cuenta para poder validar el análisis. Este anejo ha servido de guía para la elaboración de los modelos planteados en el presente trabajo.

#### **3.2. Software utilizado.**

Para todas las modelizaciones numéricas desarrolladas en este trabajo se ha utilizado el software ABAQUS-Simulia versión 6.10 del cual dispone licencia la ETSECCPB. Se trata de un programa comercial destinado a resolver problemas de ciencia e ingeniería de diversas

tipologías basándose en el método de los elementos finitos. El programa posee una extensa librería de elementos finitos que permite modelar en principio cualquier geometría y material, demostrando así su versatilidad y aplicación. En particular la interfaz gráfica utilizada fue ABAQUS.CAE, un entorno completo que provee una simple y consistente interfaz gráfica interactiva para la creación, compilación, monitorización y evaluación de resultados en las simulaciones. La misma interfaz permite trabajar en las etapas de pre y post proceso.

Además ABAQUS trabaja con el lenguaje de programación PYTHON, lo cual es una gran ventaja desde el punto de vista de programación ya que permite de manera bastante accesible generar rutinas para la ejecución de estudios paramétricos con gran cantidad de parámetros con relativa facilidad así como la ejecución de macros automatizados para la extracción de resultados tanto numéricos como gráficos.

Vale destacar que el programa trabaja con unidades consistentes, situación que hay que tener en cuenta durante todo el proceso de modelado y que toma especial importancia a la hora de definir las densidades de los materiales para tomar en cuenta los pesos propios de los elementos en el análisis, lo cual es el caso del presente trabajo. Así, se han utilizado como unidades de partida Newton(N) para fuerzas, milímetros (mm) para longitudes, toneladas (t) para masa y segundos (s) para tiempo. Todas las demás unidades resultan de operar correctamente con éstas.

### **3.3. Modelo de elementos bidimensionales tipo *shell***

#### **3.3.1. Tipo de elemento utilizado.**

La elección del tipo de elemento a emplear es fundamental a la hora de plantear el modelo numérico a resolver mediante FEM, y requiere tomar en cuenta el coste computacional en oposición a la correcta adecuación del elemento al problema a resolver.

Gracias a la geometría sencilla y esencialmente bidimensional que presentan las vigas armadas, parece lógico pensar que el comportamiento es perfectamente asimilable al de una membrana, donde una de las dimensiones (espesor) es mucho más reducida que las otras dos, razón por la cual se ha elegido emplear un elemento bidimensional, tipo *shell*. El empleo de elementos tridimensionales aumentaría significativamente el costo computacional del problema sin arrojar en este caso ninguna información útil adicional. La modelización con elementos bidimensionales pasa por definir la superficie de referencia, habitualmente el plano medio de los paneles, y asignar el espesor como una característica de la sección.

Dada la geometría del problema, resulta lógico recurrir a un elemento cuadrilátero de 4 nodos. La librería de Abaqus 6.10 ofrece un amplio abanico de elementos, entre ellos el S4 que utiliza 4 puntos de integración y el S4R que solo utiliza un punto de integración en el centro. Dicha integración se realiza con el método de Simpson, y comprende 5 puntos de almacenamiento de datos entre las caras que configuran el espesor del elemento. Para elegir entre estos dos, se realizó un análisis previo y se graficó la respuesta estructural de la viga (reacción vertical en el apoyo vs. desplazamiento horizontal del alma fuera del plano) utilizando ambos elementos. Como se puede observar en la figura 3.1 el comportamiento es prácticamente idéntico, por lo



que la elección lógica es la del elemento S4R, el cual tendrá un coste computacional considerablemente menor y arrojará unos resultados satisfactorios.

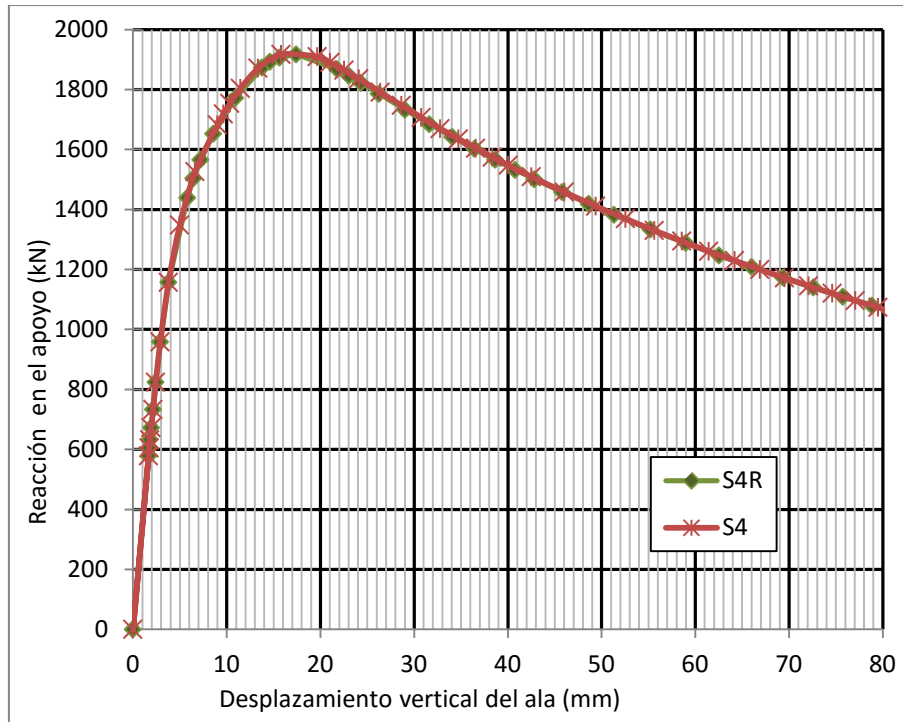


Figura 3.1. Respuesta estructural utilizando elementos S4R y S4.

### 3.3.2. Material utilizado.

La relación entre tensión y deformación de una estructura viene dada por la ecuación constitutiva del material o materiales que la componen, razón por la cual la correcta definición del material a utilizar en el modelo de elementos finitos es de vital importancia para la correcta resolución del problema. Para el presente trabajo, se han utilizado aceros S355, S460 y S690, para todos se ha escogido emplear un diagrama tensión deformación elastoplástico perfecto, dado el comportamiento isotrópico dúctil del acero. Este diagrama, mostrado en la figura 3.2 y particularizado para cada uno de los aceros mencionados, contempla una primera zona elástica, y una segunda zona plástica, plana, que no toma en cuenta el escalón de endurecimiento por deformación.

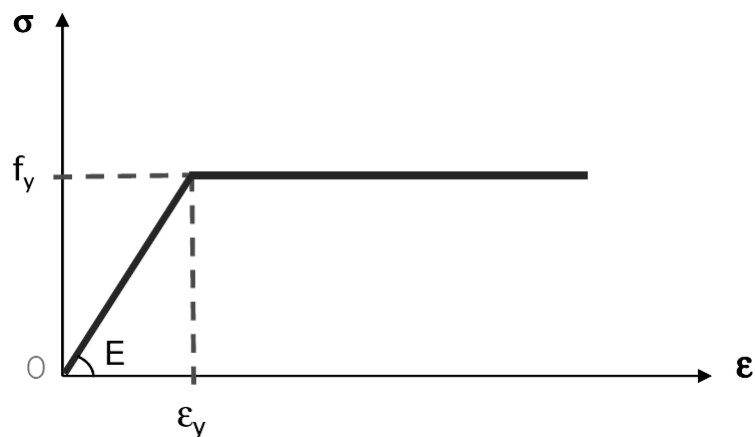


Figura 3.2. Diagrama tensión deformación elastoplástico perfecto utilizado.

Por otro lado, para hallar el punto de deformación de un problema multiaxial en el diagrama uniaxial planteado en la figura 3.2 es necesario obtener un valor de tensión único derivado de las tensiones del problema bi o tri dimensional, para esto se utiliza el concepto de tensión equivalente. Se ha utilizado el criterio de Von Mises por ser el más adecuado para materiales dúctiles

### 3.3.3. No linealidad geométrica.

Además de la no linealidad del material se ha considerado en el análisis la no linealidad geométrica, la cual permite reproducir la respuesta estructural bajo una historia de cargas. Así, para cada incremento de carga se plantea el equilibrio sobre la configuración deformada resultante del incremento previo. Abaqus 6.10 plantea en la mayoría de casos la resolución de dichas ecuaciones mediante el método de Newton-Raphson ya que gracias al modo que éste tiene de incrementar las cargas en cada paso, tiende a converger con mayor facilidad que otros métodos de resolución. Por otro lado, el tamaño del incremento no se ha definido fijo, sino que se ha utilizado la opción del software de ir variando el tamaño de dicho incremento en función de cómo va convergiendo el problema, opción que ayuda notablemente a la correcta convergencia de la solución final.

### 3.3.4. Influencia de las imperfecciones iniciales asumidas.

La normativa europea EN-1993-1-5, en su anejo C, el cual busca dar guía práctica en lo que respecta a la realización de estudios de carga última mediante la utilización de modelos de elementos finitos, especifica que en este tipo de estudios es necesario considerar imperfecciones estructurales y geométricas. En general la normativa orienta en lo que respecta a cómo considerar las imperfecciones geométricas, sin embargo, presenta cierta ambigüedad en lo que respecta al modelo de tensiones residuales a utilizar para tomar en cuenta las imperfecciones estructurales.

En una investigación previa al análisis paramétrico comentado anteriormente, Chacón et al. (2008), busca arrojar luz en cuanto a la influencia de dichas imperfecciones en la carga última para vigas sometidas a *patch loading*. Para ello se realiza un estudio numérico y experimental que permita validar los valores de imperfecciones geométricas iniciales asumidas en un análisis de elementos finitos. Basándose en tres vigas ensayadas experimentalmente para las cuales se conocían las imperfecciones iniciales previamente y en un extenso análisis de modelos numéricos, se concluye que la utilización del primer modo proveniente de un análisis de autovalores de la viga con una magnitud de  $w$  que coincida con el 80% de tolerancia de fabricación establecido en la normativa arroja resultados estructurales satisfactorios. Éste es el valor recomendado por la normativa europea para este tipo de estudios.

Posteriormente, dada la ambigüedad presente en la normativa comentada anteriormente, Chacón et al. (2012) analiza específicamente la influencia que las imperfecciones estructurales en forma de tensiones residuales tiene en los resultados de la carga última, mediante el estudio de diversos modelos de tensiones residuales existentes en la bibliografía. La conclusión más notable de esta investigación reside en el hecho de que mientras los modelos en los que no se consideran tensiones residuales arrojan mayor resistencia última que los modelos en los que si se considera algún modelo de tensiones residuales; la variación entre la elección de uno

u otro modelo no tiene influencia significativa en los resultados de resistencia última frente a cargas concentradas.

### 3.4. Modelo de barras

Debido a que el objetivo principal del trabajo, es encontrar una manera de determinar la tensión en el ala cargada mediante un análisis global elástico de la estructura, se ha realizado un modelo con la misma geometría que el modelo de *shells*, pero utilizando elementos unidimensionales tipo viga para así poder comparar las tensiones y calibrar el dato a introducir en la formulación explicada previamente.

Se ha escogido un elemento tipo viga de Timoshenko que permite tomar en cuenta la deformación por cortante dado que se ha considerado que éste aportará un estado tensional más realista para este caso. En particular se ha escogido el elemento tipo B31 de la librería de Abaqus, un elemento lineal de dos nodos, que toma en cuenta que la viga es un elemento tridimensional y que es adecuado para problemas de flexión en vigas susceptibles a sufrir deformación por cortante..

Para poder evaluar este modelo en contraste con los resultados de los modelos de *shells*, la definición del material se ha realizado de manera exactamente igual a lo explicado en el apartado 3.3.2.

Como se ha comentado el objetivo de este modelo es la elaboración de un análisis global elástico, por esto, en este caso no se ha tomado en cuenta la no linealidad geométrica. Se ha realizado un análisis del tipo estático general aplicando como cargas el peso propio de la viga y una carga lineal adicional calibrada para cada geometría de viga.

#### 4. VALIDACIÓN DE MODELOS.

Para poder aceptar la correcta representatividad de los modelos numéricos, es necesario validarlos ya sea con datos experimentales o con modelos numéricos contrastados previamente. En el presente caso, gracias a la gran cantidad de bibliografía previa de la que se dispone en casos de estudio similares (Chacón, 2009; Uribe, 2012; Zorrilla, 2014) que estudian el fenómeno de abolladura por cargas concentradas, se ha partido de las características de los modelos empleados por éstos, ya validados con datos experimentales en su momento, para la realización de los modelos utilizados en este trabajo. En primera instancia se ha realizado un modelo con elementos tipo viga que se ha validado contrastándolo con los resultados esperados utilizando la teoría de vigas y calculados manualmente. Posteriormente se alcanza, a través de unos modelos numéricos intermedios, el modelo de elementos finitos tipo *shell* final. A continuación se detallan las características y validación de cada uno de los modelos.

##### 4.1. Modelo de barras.

Como problema a modelar, se ha escogido un puente de tres vanos formado por una viga armada de chapas metálicas. Las dimensiones de la estructura planteada para el estudio se corresponden a las de un puente que podría ser ejecutado mediante la técnica de lanzamiento incremental, tanto por su longitud como por sus luces, que son 20 – 30 – 20 m (ver figura 4.1). El esquema estructural final es el de una viga continua de tres vanos, sin embargo, debido a que el interés de este trabajo se centra en el fenómeno de *patch loading*, el esquema estructural que se ha modelado es aquel que resulta más desfavorable durante el lanzamiento, donde el puente ya ha pasado por el primer apoyo pero aún no ha alcanzado el siguiente. De esta manera, se ha modelado un puente con un vano de 20 metros empotrado en su inicio (estribo desde el cual se empuja) y apoyado en la primera pila y un vano de 28 metros en voladizo (figura 4.2).

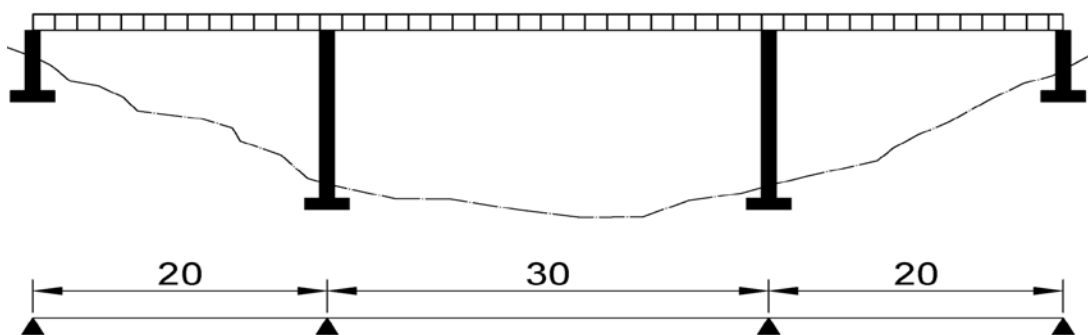


Figura 4.1. Esquema estructural del puente en configuración final.

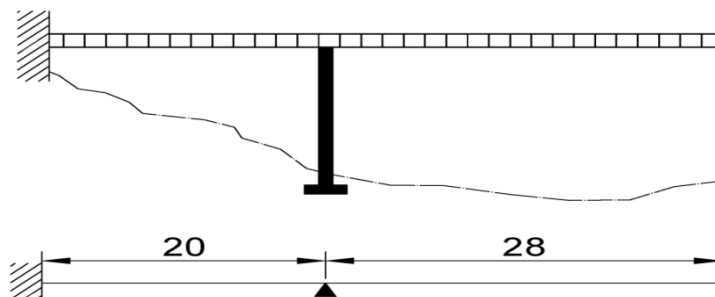


Figura 4.2. Esquema estructural de la fase constructiva modelada.

La sección transversal planteada consiste en dos secciones armadas tipo I de las cuales se ha modelado solo una (ver figura 4.3), ya que el problema es simétrico según el eje longitudinal. Las características y dimensiones de la sección buscan ser lo más realista posible, han sido escogidas según la experiencia previa y los manuales de cálculo para puentes (Kuhlmann, 2008) y son las siguientes:

- $h_w = 1500$  mm
- $t_w = \text{variable (5,6,8,10,12,15)}$  mm
- $b_f = 500$  mm
- $t_f = 60$  mm
- $a = h_w$
- $t_r = \text{Variable (12,15,20,30)}$  mm
- $S_s = \text{Variable (0.5a, 0.25a)}$

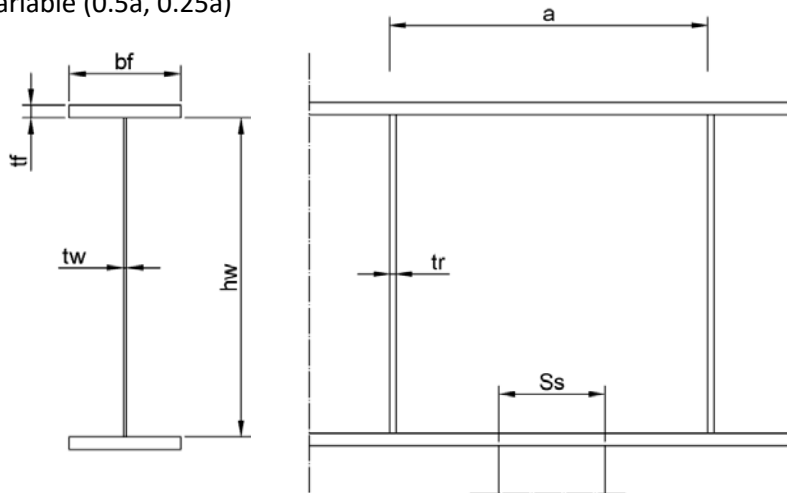


Figura 4.3. Sección y alzado de la viga metálica.

El material empleado es acero S355, 460 ó 690. La densidad aplicada para el cálculo del peso propio es  $7850 \text{ kg/m}^3$  y para la rama elástica se consideró un módulo de Young de  $210000 \text{ N/mm}^2$  y un coeficiente de Poisson de 0,3. Además, se consideró la no linealidad material a través del diagrama tenso-deformacional explicado en el apartado anterior.

En cuanto a las condiciones de contorno se consideró el apoyo inicial como empotrado, restringiendo los 3 desplazamientos y las 3 rotaciones y el apoyo intermedio como un apoyo simple, restringiendo únicamente el desplazamiento en el sentido de la gravedad. Este apoyo se considera puntual por lo que en este modelo no se toma en cuenta el tamaño del apoyo  $S_s$ .

Para considerar las cargas actuantes se introdujo el peso propio de la viga en forma de una carga gravitatoria utilizando el dato de la densidad del material y una carga distribuida adicional que toma en cuenta el peso de los rigidizadores, los cuales no están físicamente presentes en este modelo.

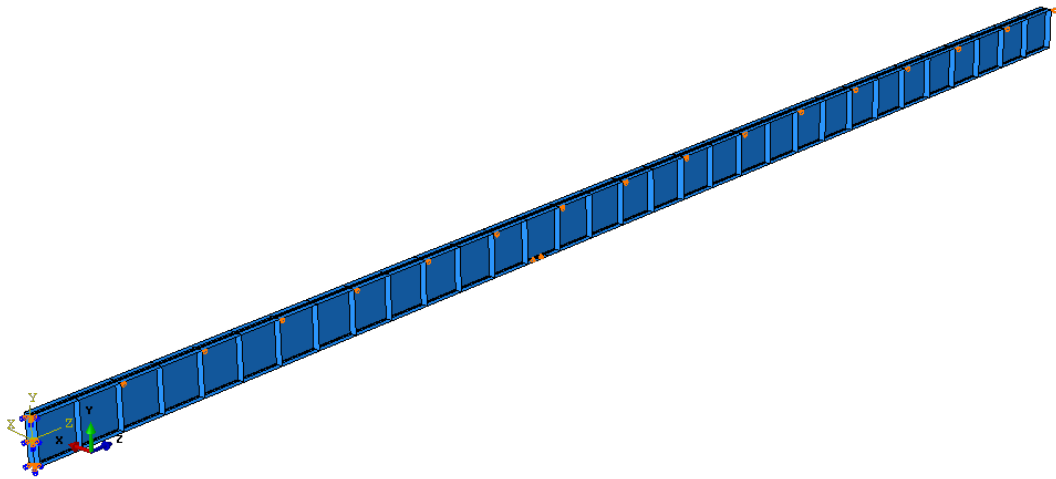
Con la finalidad de corroborar que la representación es realista, se realizaron dos comprobaciones básicas. Por un lado se comparó el peso total de la viga calculado de manera manual, utilizando la densidad anteriormente comentada con la sumatoria de reacciones verticales que arroja el modelo de cálculo, por otro, se calculó la deformación vertical máxima esperada en la punta mediante teoría elástica con la deformación calculada por el programa,

obteniendo en ambos casos un error de menos del 1% con lo cual se considera que el modelo funciona correctamente.

#### 4.2. Modelo de elementos tipo *shell*.

Una vez realizada la validación del modelo numérico de barras se procede a la creación del modelo numérico con elementos bidimensionales tipo *shell*. Para éste se ha utilizado exactamente la misma geometría y materiales que el caso anterior.

En cuanto a las condiciones contorno, de manera de lograr la equivalencia con el modelo de barras, se consideró toda la cara inicial de la viga como empotrada, restringiendo los 3 desplazamientos y las 3 rotaciones y el apoyo intermedio como un apoyo simple, restringiendo únicamente el desplazamiento en el sentido de la gravedad y tomando en cuenta el tamaño de apoyo pertinente  $S_y$ . Por otro lado, debido a que se ha considerado que la sección transversal del puente serán dos vigas simétricas, se ha modelado una condición que simule una diagonal de arriostramiento realista cada 3 metros asignando un apoyo que restringe el movimiento en el sentido transversal de la viga. Asignar esta condición al modelo evita que ocurran distorsiones por fenómenos ajenos a la carga concentrada como puede ser el pandeo lateral flexo torsional debido a la gran longitud de la viga que se está modelando (ver figura 4.4).



**Figura 4.4.** Vista de la viga con las condiciones de contorno. (Empotramiento en el inicio, apoyo intermedio, y arriostramientos cada 3 metros).

Para considerar de manera precisa la imperfección geométrica inicial del alma, y en relación con lo observado en Chacón et al. (2008) y comentado en el capítulo anterior, se ha realizado previamente un análisis de autovalores del tipo *Buckle* en el cual la única carga actuante es el peso propio (ver figura 4.5). De este análisis se obtienen los autovalores y autovectores que rigen el problema de abolladura del alma. El autovalor asociado a una deformación debido a carga concentrada del tipo *patch loading* con una magnitud de  $0,80 \cdot t_w$  es el valor de imperfección geométrica inicial que se ha tomado en cuenta en el posterior análisis.

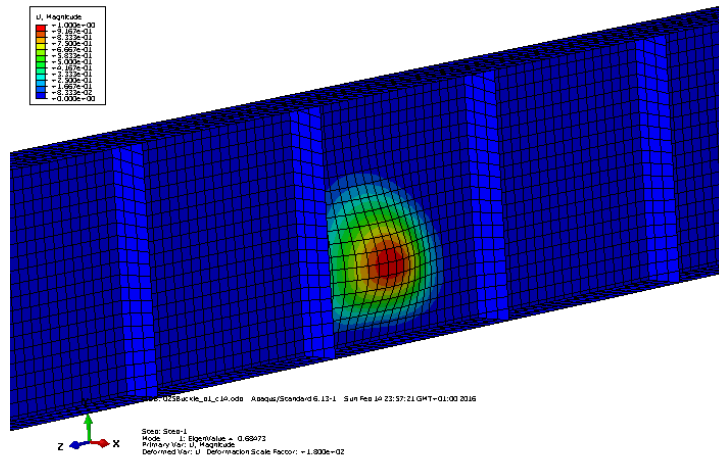


Figura 4.5. Deformada correspondiente al autovalor utilizado para considerar la imperfección geométrica.

Por otro lado, como también se mencionó en el capítulo anterior, las tensiones residuales que puedan estar presentes en la viga producto del proceso de soldadura durante su fabricación juegan un papel en la resistencia frente a cargas concentradas y es necesario considerarlas en el análisis. Según lo concluido por Chacón, (2012), la importancia yace en la consideración o no de las tensiones residuales y no en la escogencia entre un modelo simplificado de tensiones residuales u otro. Por esta razón, y debido a su sencillez de implementación, se ha escogido el modelo simplificado del propuesto en la normativa sueca para el diseño de puentes metálicos BSK-99, desarrollado y utilizado por Granath 1997, Gozzi, 2007 y Clarín, 2007 de la Lulea University of Technology de Suecia (ver figura 4.6.).

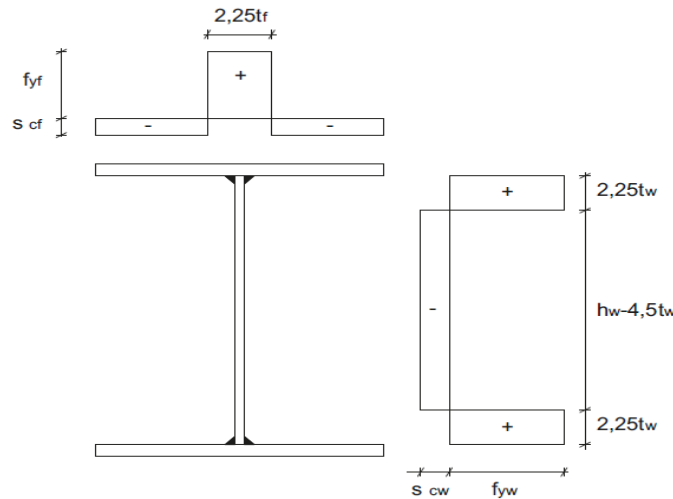


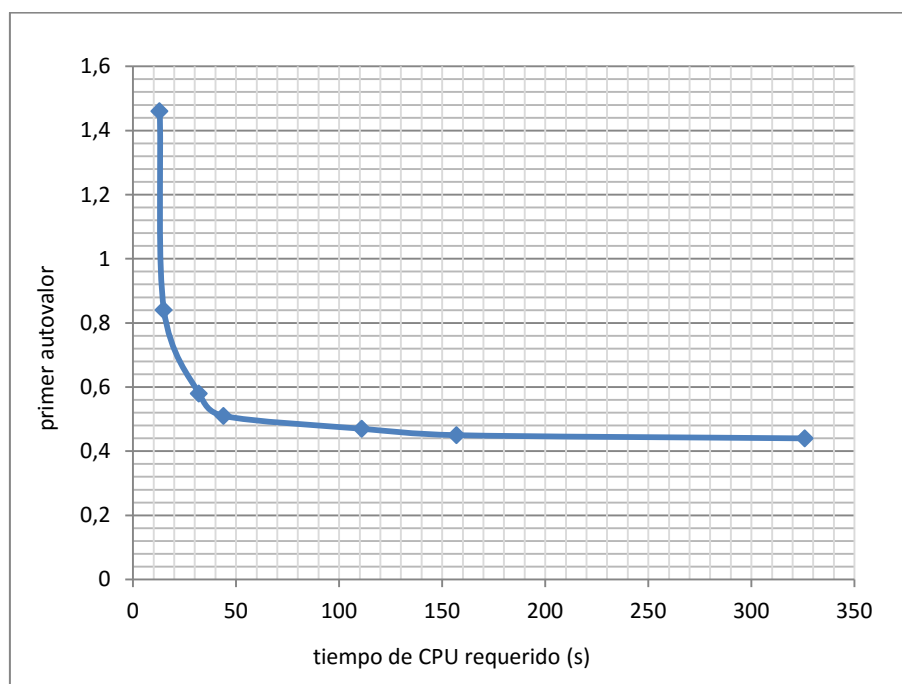
Figura 4.6. Modelo simplificado de tensiones residuales utilizado. (Granath, 1997)

Una vez finalizado el modelado se procede al mallado de la viga. Para esto se escogió como ya se ha comentado un elemento rectangular tipo S4R y una densidad de malla estructurada de 75x75 mm. La decisión acerca del tamaño de la malla se tomó mediante un análisis de convergencia, considerando el nivel de precisión obtenido en contraste con el tiempo de CPU requerido para hacer el análisis. Como se puede observar numéricamente en la tabla 4.1 y gráficamente en la figura 4.7 el cálculo comienza a converger de manera satisfactoria a partir de tamaños de malla de aproximadamente 100x100mm, y al pasar la barrera de 75x75mm el tiempo de cálculo requerido aumenta significativamente sin aportar una mejora notable de la

precisión. Por esta razón se eligió finalmente realizar el análisis con mallas de elementos finitos con tamaños de 75x75mm.

Tamaño aproximado de elemento (mm)	Tiempo de CPU (s)	Primer autovalor
400x400	13	1,46
300x300	15	0,84
200x200	32	0,58
150x150	44	0,51
100x100	111	0,47
75x75	157	0,45
50x50	326	0,44

**Tabla 4.1.** Estudio de convergencia para distintos tamaños de elemento.



**Figura 4.7.** Gráfico de convergencia para distintos tamaños de elemento.

El procedimiento de cálculo del modelo se puede dividir en tres grandes fases. En la primera entran en juego las imperfecciones geométricas y estructurales. Una vez las tensiones residuales se han distribuido por la estructura mediante un análisis no lineal, comienza la segunda fase en la cual la estructura recibe la carga de su peso propio mediante un análisis estático global. Finalmente, se pasa al análisis incremental no lineal, mediante el cual se va incrementando sucesivamente una carga superficial hipotética aplicada sobre el ala superior. El modelo numérico halló la convergencia tal y como cabía esperar, ya que éste fue planteado siguiendo los criterios ya utilizados de manera satisfactoria en trabajos en los que se estudia el mismo fenómeno de fallo por cargas concentradas en vigas armadas, en particular Chacón, 2009; Uribe, 2012 y Zorrilla, 2014.



## 5. ESTUDIO PARAMÉTRICO.

Uno de los objetivos del presente trabajo es la realización de un estudio paramétrico de diversas variables, específicamente espesor del alma ( $t_w$ ), espesor de rigidizador ( $t_r$ ), límite elástico del ala ( $f_{yf}$ ) y tamaño del apoyo ( $S_s$ ), que permita analizar la influencia que dichos valores tienen en la resistencia frente a cargas concentradas del tipo *patch loading* en el caso de vigas con rigidizadores transversales poco espaciados, así como la influencia que tienen en el valor de la tensión actuante en el ala cargada en las etapas más relevantes del proceso como las antes mencionadas  $F_{RD}$  o  $F_1$ .

### 5.1. Parámetros de estudio.

El primer parámetro escogido es el espesor del alma ( $t_w$ ) ya que afecta directamente a la esbeltez de la sección, lo que hace que sea de especial relevancia para el fenómeno de abolladura por carga concentrada. Los valores escogidos comprenden un rango de esbelteces suficientemente representativo, desde valores muy esbeltos de 5 mm, para el que se espera que aparezca sin duda abolladura por carga concentrada, hasta valores robustos de 15mm, para los cuales es posible que el fenómeno de abolladura no aparezca o aparezca interactuando con otros mecanismos. Así pues, el rango de valores escogidos para  $t_w$  es: 5, 6, 8, 10, 12 y 15 mm. La imperfección inicial geométrica, que depende directamente del espesor del alma ha sido asignada para cada uno de los espesores por separado, realizando para cada caso el procedimiento de análisis de autovalores descrito anteriormente. Por otro lado, y como se observó previamente en la figura 4.6, el tamaño de las zonas de aplicación de las tensiones residuales también es función del espesor del elemento, sin embargo, debido a la dificultad que presentaría tomar esto en cuenta por separado para cada caso de estudio y atendiendo a la conclusión explicada anteriormente de (Chacón, 2012), acerca de que la influencia de este fenómeno en la capacidad a carga concentrada no varía excesivamente entre la escogencia de uno u otro modelo de distribución de tensiones, los tamaños de estas zonas se han considerado iguales para todos los casos de estudio considerando los tamaños de zonas correspondientes a un espesor de alma de 10mm.

El segundo parámetro para el estudio es el espesor del rigidizador ( $t_r$ ). Si bien Chacón, 2009 encontró que la resistencia a abolladura por cargas concentradas no aumenta significativamente con el aumento del espesor del rigidizador para elementos que por su relación de aspecto se puedan considerar rígidos, se quiere estudiar la influencia que pueda tener el pasar de elementos que se encuentren en el rango flexible (12 mm) a elementos que definitivamente están del lado rígido (30mm). Así, el rango escogido es 12, 15, 20 y 30 mm.

El tercer parámetro es el límite elástico del material del ala ( $f_{yf}$ ). Dado que la tensión en el ala cargada es uno de los valores claves de este trabajo, se quiere evaluar de qué manera y hasta qué punto el uso de vigas híbridas con mayores límites elásticos en las alas puede ayudar a la resistencia última ante cargas concentradas. El rango de valores escogidos es 355, 460 y 690 N/mm<sup>2</sup>. La magnitud de las tensiones residuales, que dependen directamente de los límites elásticos de los materiales ha sido asignada para cada uno de los casos individualmente.

Por último se han escogido dos tamaños de apoyo distintos ( $S_s$ ), los cuales afectan directamente el tamaño de la zona del ala cargada con el objetivo de ver cómo afecta éste a la

abolladura por carga concentrada y comparar con el valor obtenido con la expresión de Eurocódigo 3 (EN1993-1). Se escogieron los valores para  $S_s$  en función de un porcentaje de la distancia entre rigidizadores ( $a$ ), concretamente un 25% y 50% de esta distancia, que se traduce en longitudes de 325 y 750 mm.

Cabe destacar que en el caso del tamaño de apoyo equivalente a  $0,25 \cdot S_s$  el autovalor proveniente del análisis de *Buckle* utilizado para tomar en cuenta la imperfección geométrica es el primero en aparecer, sin embargo, al aumentar el tamaño del apoyo a  $0,5S_s$ , el primer modo de fallo muestra una interacción entre el fenómeno de *patch loading* y un modo de fallo que se asemeja más a abolladura por cortante (ver figura 5.1.a). Debido a que el interés principal en este trabajo es el fenómeno de carga concentrada, para los casos de estudio con tamaño de carga  $0,5S_s$  se ha utilizado como imperfección el segundo autovalor el cual se encuentra muy cercano al primero y representa mejor una falla por cargas concentradas (ver figura 5.1.b), sin embargo, esta condición es un primer indicio de que para tamaños de apoyo más grandes el fenómeno de *patch loading* comienza a interactuar con otros modos de fallo.

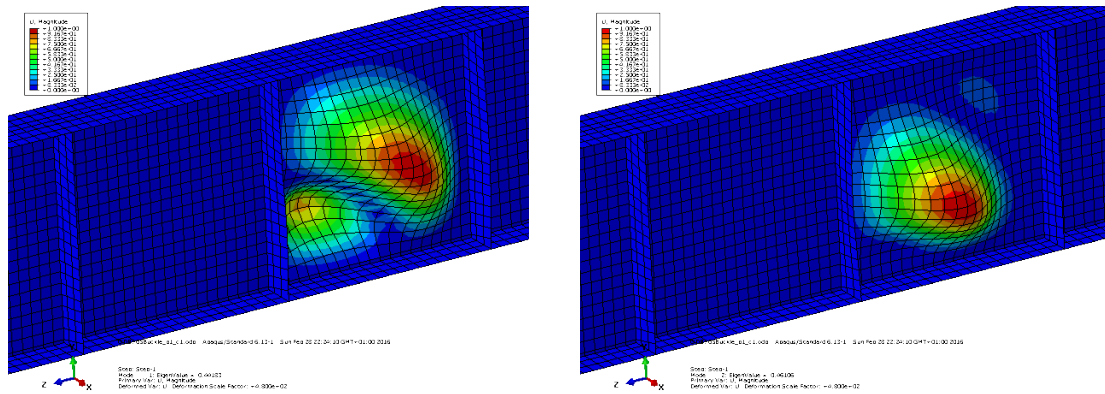


Figura 5.1. Primer (a) y segundo (b) modo de pandeo para  $S_s/a=0.50$ . El segundo fue utilizado como imperfección inicial.

## 5.2. Parámetros fijos.

El resto de parámetros, asociados a la sección y al esquema estructural, se mantienen fijos en todos los modelos. El valor de éstos se escogió según las recomendaciones europeas de diseño estructural de puentes, para así forzar a que cuando apareciera plastificación en la estructura esta estuviera asociada al alma debido a la carga concentrada, que es el objeto de estudio del presente trabajo. Además cabe destacar que todos estos valores fueron escogidos de manera que en todas las combinaciones del estudio paramétrico se cumpla la relación:

$$(h_w/t_w)/(b_f/t_f) \geq 12 \quad (5.1)$$

La relación 5.1, propuesta por (Chacón, 2009), busca garantizar que en todos los casos de estudio el ala sea lo suficientemente rígida como para no presentar problemas de flexión transversal al ser cargada. Debido a que la resistencia adicional a cargas concentradas que se quiere calibrar depende exclusivamente del ala, es importante para el estudio que ésta no se vea sometida a esfuerzos que distorsionen su comportamiento.

Finalmente, el estudio paramétrico consta de un total de 144 modelos numéricos. A continuación se muestra una tabla resumen de todas las variables que comprenden el estudio. (Ver tabla 5.1)

$S_s/a$	0,25	0,5
$f_{yw}$ (mm)	355	355
$f_{yf}$ (N/mm <sup>2</sup> )	355	355
	460	460
	690	690
$h_w$ (mm)	1500	1500
$a$ (mm)	1500	1500
$b_f$ (mm)	500	500
$t_f$ (mm)	60	60
$t_w$ (mm)	5	5
	6	6
	8	8
	10	10
	12	12
	15	15
$t_r$ (mm)	12	12
	15	15
	20	20
	30	30
<b>Cantidad de vigas</b>	72	72
<b>TOTAL</b>	<b>144</b>	

Tabla 5.1. Resumen de modelos para el estudio paramétrico.

### 5.3. Programación del estudio paramétrico.

El estudio paramétrico descrito en los apartados precedentes presenta una dificultad adicional desde el punto de vista de programación, debido a que ciertos valores de diseño, en particular las imperfecciones geométricas y las tensiones residuales, dependen directamente de los parámetros variables. El procedimiento fue llevado a cabo utilizando el lenguaje de programación *Python*, y a grandes rasgos cuenta con los siguientes pasos:

- Se crea mediante la herramienta de pre procesamiento AbaqusCAE un archivo de entrada .inp para una geometría determinada escogiendo cualquier valor de los parámetros descritos anteriormente.
- A partir de este archivo de entrada inicial, mediante manipulación manual del código se crean dos archivos de entrada .inp distintos. El primero corresponde a un análisis tipo *Buckle* del cual se extrae el autovalor correspondiente. El segundo corresponde al análisis no lineal incremental completo, y en el código de éste, se indica el autovalor a leer, proveniente de los archivos de resultados .fil del análisis previo.

-Utilizando lenguaje de programación *Python* se crea una subrutina del tipo *.psf* (*parametric study*) en la cual se introducen todos los parámetros descritos anteriormente y sus rangos. Esta subrutina está destinada a la ejecución de los 144 estudios tipo *Buckle*, para cada combinación de parámetros.

- Se crea otra subrutina similar a la anterior para la creación de todos los archivos de entrada del análisis no lineal. En este caso es importante acotar que como entran en juego las imperfecciones geométricas y estructurales, los valores de éstas deben ser introducidos en el código como funciones dependientes de los parámetros del estudio.

- Una vez creados todos los archivos de entrada *.inp* del análisis no lineal, se crea una macro que modifique cada uno individualmente para que el archivo de lectura del análisis de autovalores sea el correspondiente.

-Por último se procede a ejecutar los 144 análisis no lineales mediante una rutina master de *Python*.

En el apartado de anejos del presente trabajo se pueden encontrar los archivos de programación más relevantes del trabajo, entre los cuales se encuentran los archivos de entrada para cada tipo de análisis, las subrutinas de estudio paramétrico así como los macros de extracción de resultados.

## 6. RESULTADOS.

Una vez ejecutados todos los modelos del estudio paramétrico descrito anteriormente se entra en la etapa de postproceso en la cual se procede a extraer de manera sistemática todos los resultados que permitan identificar el comportamiento y modo de fallo de las vigas para los distintos parámetros asignados. Estos datos son organizados en tablas y graficados en la forma de diagramas fuerza-desplazamiento y fuerza-tensiones para así lograr un entendimiento global de su comportamiento. Haciendo esto, a primera vista se han detectado claros cambios de tendencia al pasar de vigas muy esbeltas ( $t_w$  de 5 y 6 mm) a vigas moderadamente esbeltas ( $t_w$  8,10 y 12mm) o a vigas robustas ( $t_w$  15mm). Por esta razón y para facilitar la lectura del presente documento se presentan a continuación los resultados obtenidos para un espesor de cada uno de estos tres grupos, separados además en los dos grupos de tamaño de apoyo mencionados previamente. La información correspondiente al resto de espesores no mostrados a continuación puede ser encontrada en detalle en los anejos.

Los resultados presentados a continuación se centraran básicamente en el panel en el que se encuentra el apoyo debido a que éste es el que presenta el fenómeno de patch loading, sin embargo, es importante aclarar inicialmente, que debido al hecho de que se ha optado por una modelización realista de una viga en voladizo la situación de carga en éste panel no es perfectamente simétrica (ver figura 6.1), y por esta razón puede interactuar con mecanismos de flexión, debido al gran momento negativo generado por el apoyo, o mecanismos de cortante.

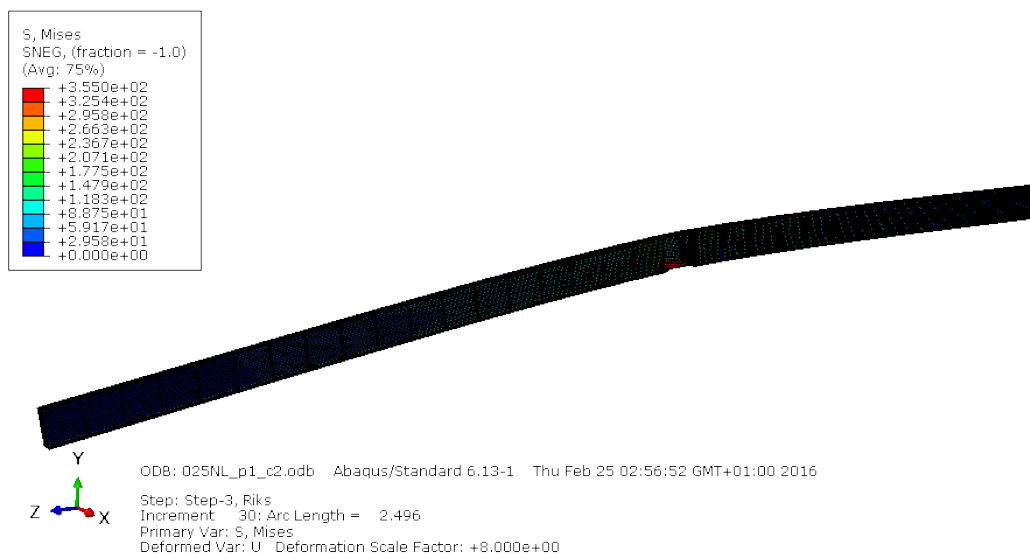


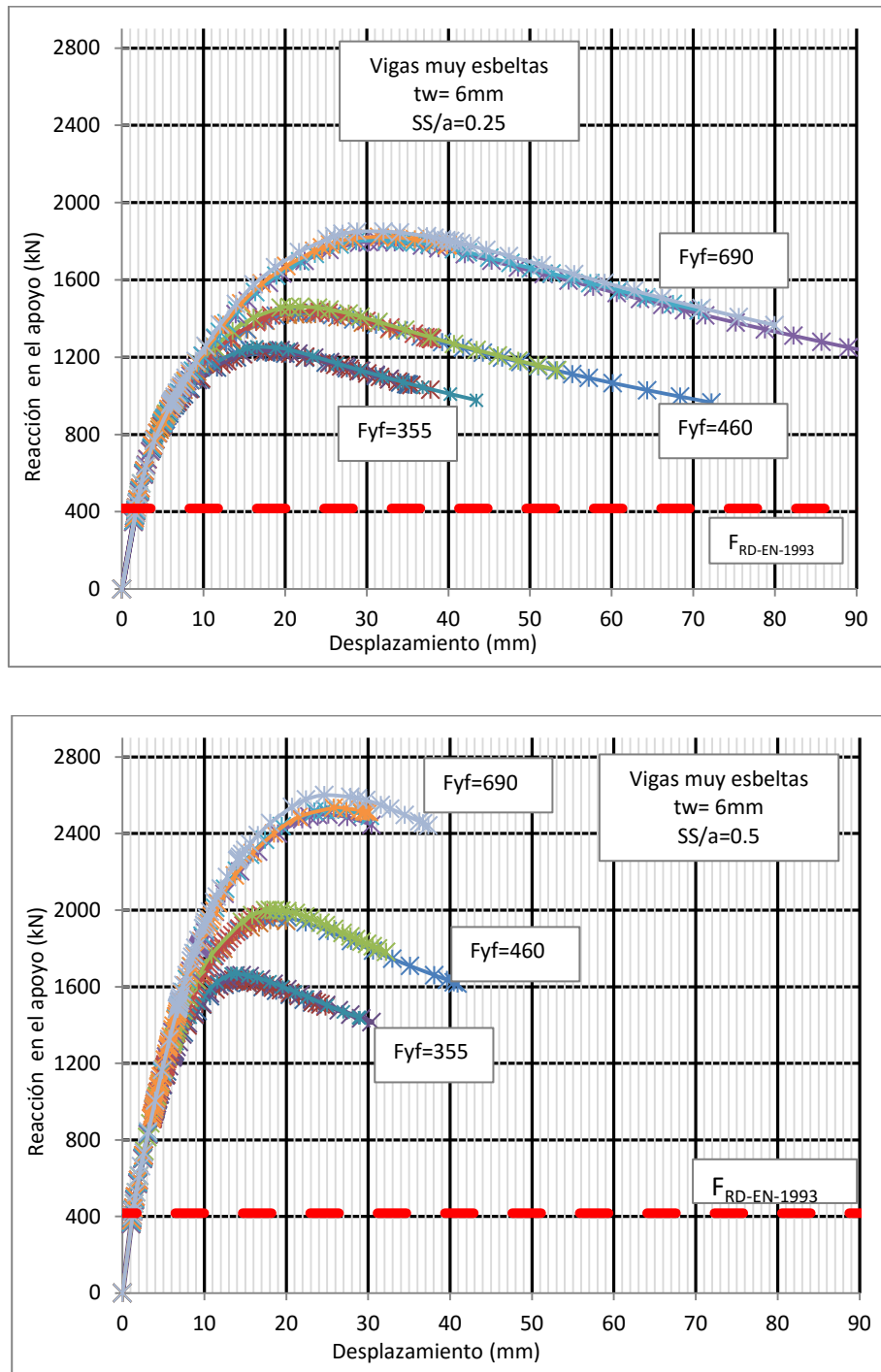
Figura 6.1. Deformada de la viga en voladizo.

### 6.1. Vigas muy esbeltas ( $h_w/t_w \geq 250$ )

En este grupo se encuentran las vigas estudiadas con espesores de alma de 5 y 6mm. A continuación se muestran los resultados más significativos para las vigas con almas de 6mm de espesor entendiendo que el comportamiento de ambos presenta tendencias muy similares.

En las figuras 6.2a y 6.2b se presentan los diagramas de reacción-desplazamiento vertical para todas las vigas de 6mm de alma estudiadas, la figura a incluye las vigas con una relación  $S_s/a$

de 0.25 mientras que la b representa las vigas con  $S_s/a$  0.50. Cada grupo de líneas claramente diferenciado en las gráficas representa cada uno de los tres límites elásticos de ala utilizado.



**Figura 6.2.** Diagrama reacción-desplazamiento vertical del ala para las vigas de 6mm de espesor de alma con  $S_s/a=0.25$  (a) y  $S_s/a=0.50$  (b)

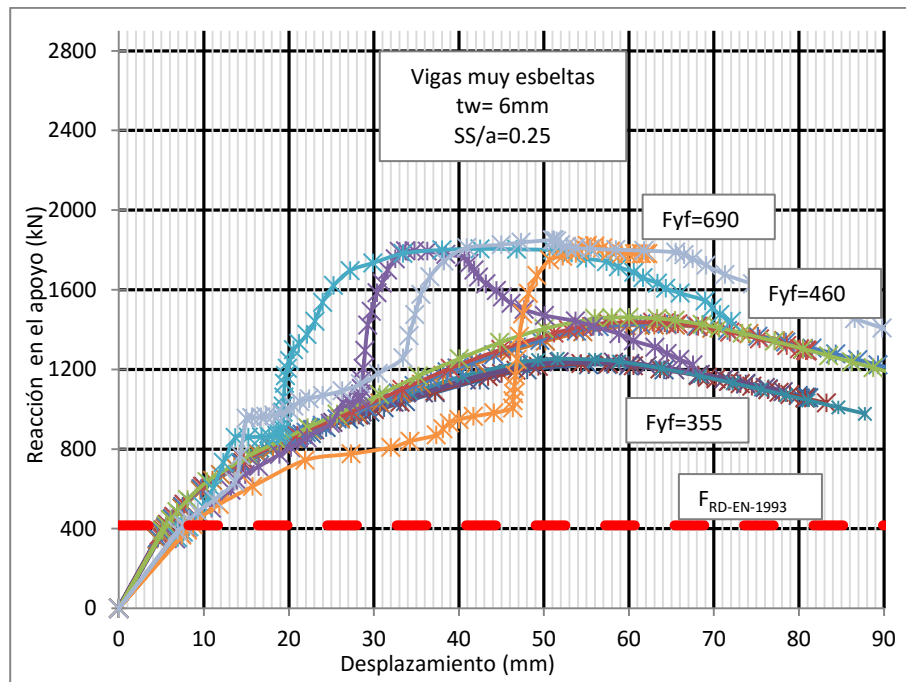
Las gráficas 6.2a y 6.2b ilustran de manera bastante clara el comportamiento de las vigas frente a cargas concentradas previsto y estudiado en el capítulo 2. Se observa una primera pérdida de linealidad relativamente temprana (aproximadamente 700 kN) luego de la cual la viga continúa desarrollando resistencia de manera esencialmente lineal pero con una pendiente más suave que la inicial hasta que aparece una segunda pérdida de linealidad

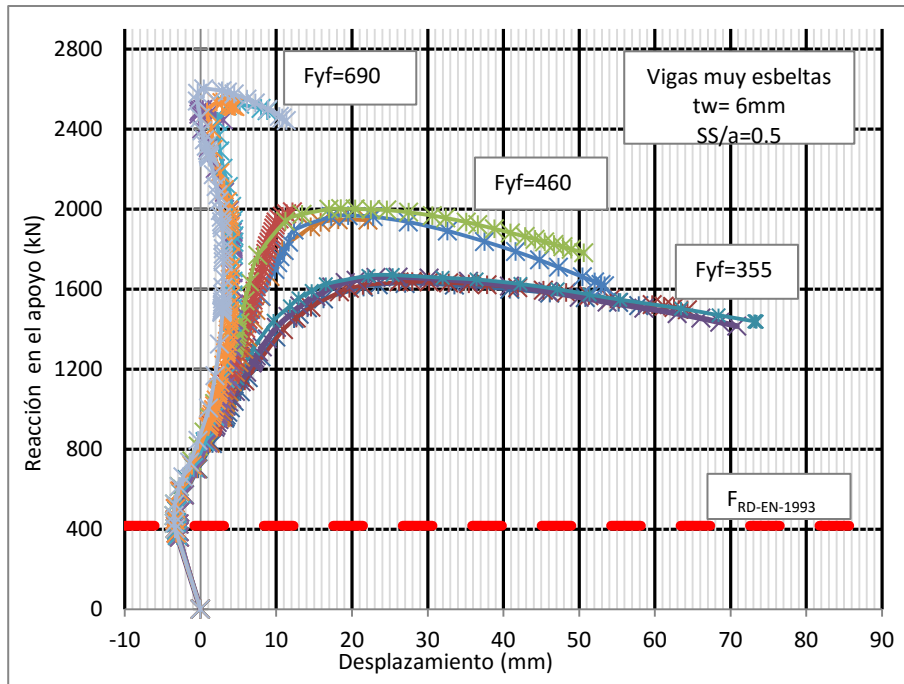
(aproximadamente 1000 kN) donde las vigas con diferentes niveles de hibridez finalmente se separan para seguir desarrollando resistencia. La magnitud de resistencia desarrollada después de este punto depende directamente del grado de hibridez, lo cual hace pensar que es el ala la que se encarga de esto. Se observa además que para vigas muy esbeltas el valor de FRD-EN-1993-1-5 (línea punteada roja) subestima de manera muy notable la resistencia última de la viga frente a cargas concentradas.

Por otro lado las figuras muestran de manera suficientemente clara la influencia de los distintos parámetros del estudio sobre la resistencia de las vigas. De esta manera se puede afirmar:

- El grado de hibridez influye aumentando notablemente la resistencia última  $F_2$  de las vigas, sin embargo tiene poca o nula influencia en los puntos de pérdida de linealidad.
- La resistencia última  $F_2$  de las vigas aumenta notablemente a medida que se aumenta la relación  $S_s/a$  es decir el tamaño del apoyo.
- Dentro del rango de espesores de rigidizador seleccionados para el estudio, se puede intuir que todos se encuentran dentro de la categoría de elementos rígidos dado que su influencia en el valor de resistencia última es prácticamente nulo.

A continuación se presentan diagramas reacción-desplazamiento considerando en este caso el desplazamiento fuera del plano del alma de las vigas.





**Figura 6.3.** Diagrama reacción-desplazamiento fuera del plano del alma para las vigas de 6mm de espesor de alma con  $S_s/a=0.25$  (a) y  $S_s/a=0.50$  (b)

En las figuras 6.3a y 6.3b, dada la elevada esbeltez del alma, se pueden observar de forma mucho más marcada los puntos de pérdida de linealidad, los cuales coinciden con los observados en las figuras 6.2a y 6.2.b. Por otro lado, cabe notar la particular forma del gráfico en el caso de vigas con relación  $S_s/a=0.50$  (figura 6.3.b) en el cual el desplazamiento del alma fuera del plano para el punto escogido cambia de dirección después de la pérdida de linealidad. Esta situación aparece como consecuencia de lo comentado en el capítulo 5 acerca del modo de pandeo para las vigas con este tamaño de apoyo, en las cuales comienza a haber cierta interacción con otros modos de fallo (ver figura 5.1.).

Sin embargo, para entender esto de forma más clara, se han extraído los datos de desplazamiento fuera del plano de una fila completa de nodos del alma de una de las vigas de este grupo, particularmente la viga con  $f_y=355$  y  $t_r=12\text{mm}$  (ver figura 6.4). Los resultados obtenidos para cada uno de los momentos más significativos de la respuesta estructural (incremento inicial, primera pérdida de linealidad, pérdida de linealidad en F1 y carga última F2) han sido ploteados en una gráfica (ver figura 6.5) que muestra muy claramente cómo va variando la forma de la deformada del ala a medida que el proceso de incremento de carga avanza, explicando la forma del diagrama de la figura 6.3.b.



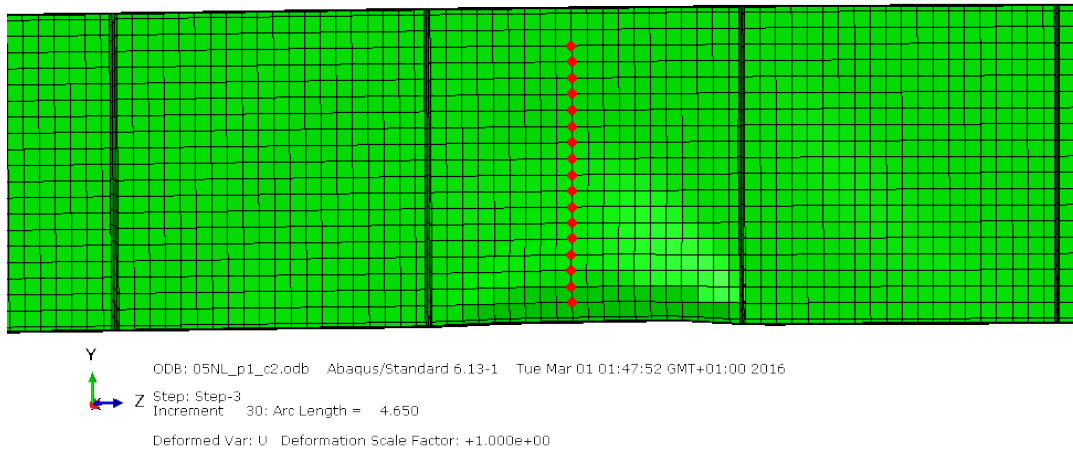


Figura 6.4. Línea de los 17 nodos del alma donde se han medido los desplazamientos fuera del plano.

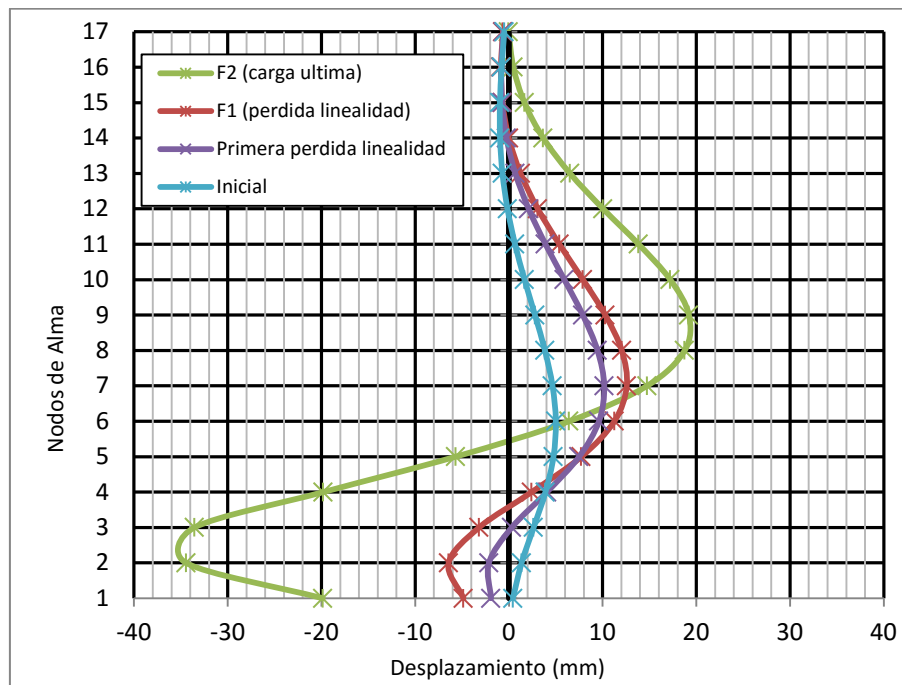


Figura 6.5. Evolución de la forma de deformación del alma a medida que incrementa la carga

En la tabla 6.1 se muestran de forma numérica los resultados obtenidos para todas las vigas con espesores de alma de 6mm, mostrando los valores de carga concentrada última  $F_2$  encontrados en cada caso así como el valor calculado utilizando la formulación de la normativa EN-1993-1-5.

$S_s/a$	$t_w$	$f_{yf}$	$t_r$	$F_{RDEN-1993-1-5}$	$F_2$
	mm	N/mm <sup>2</sup>	mm	kN	kN
0,25	6	355	12	417,03	1223,87
			15		1229,27
			20		1236,97

			30		1253,48
		460	12	417,03	1422,54
			15		1428,42
			20		1436,74
			30		1461,52
		690	12	417,03	1796,07
			15		1805,53
			20		1822,84
			30		1850,45
0,50	6	355	12	417,03	1628,20
			15		1636,63
			20		1660,24
			30		1670,25
		460	12	417,03	1946,52
			15		1967,63
			20		1986,19
			30		2001,47
		690	12	417,03	2498,26
			15		2524,08
			20		2534,12
			30		2601,06

**Tabla 6.1.** Resultados de  $F_2$  y FRD-EN-1993-1-5 para las vigas con alma de 6mm de espesor

La tabla confirma lo observado previamente en los diagramas en cuanto a la importante influencia de los parámetros  $f_{yf}$  y  $S_s/a$  así como la poca o nula influencia del espesor de los rigidizadores, los cuales en ningún caso modifican el valor de  $F_2$  en más de 4% del valor promedio.

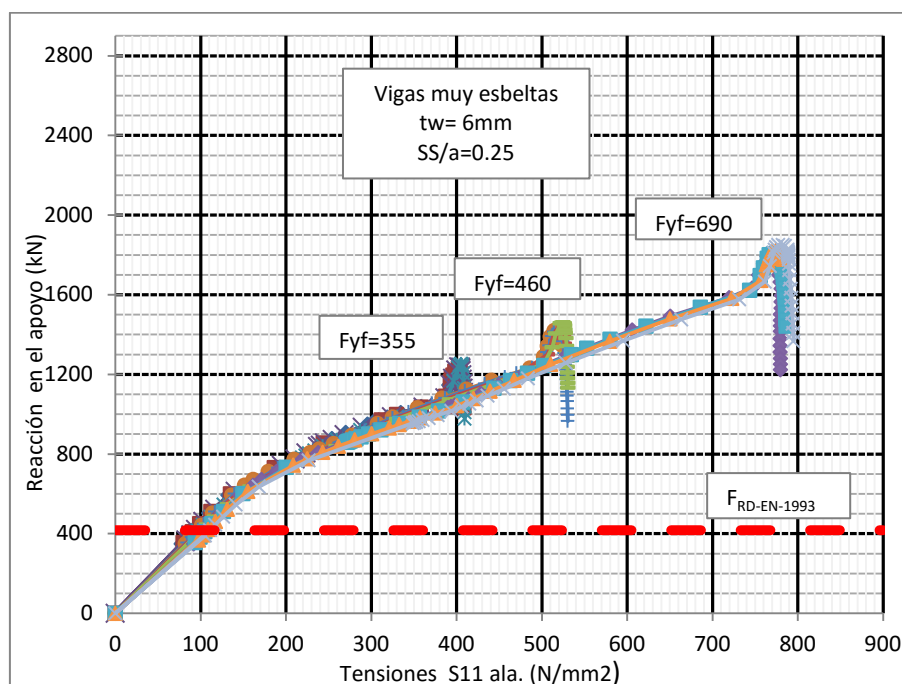
Una vez observado en los diagramas de fuerza-desplazamiento que las vigas tienen una respuesta estructural de acuerdo a lo observado en estudios previos de vigas frente a carga concentrada densamente rigidizadas transversalmente, se procede a estudiar la evolución de las tensiones en la pieza tanto en el alma como en el ala inferior cargada, debido a la influencia directa que estas tensiones tienen en la capacidad adicional que se busca estudiar.

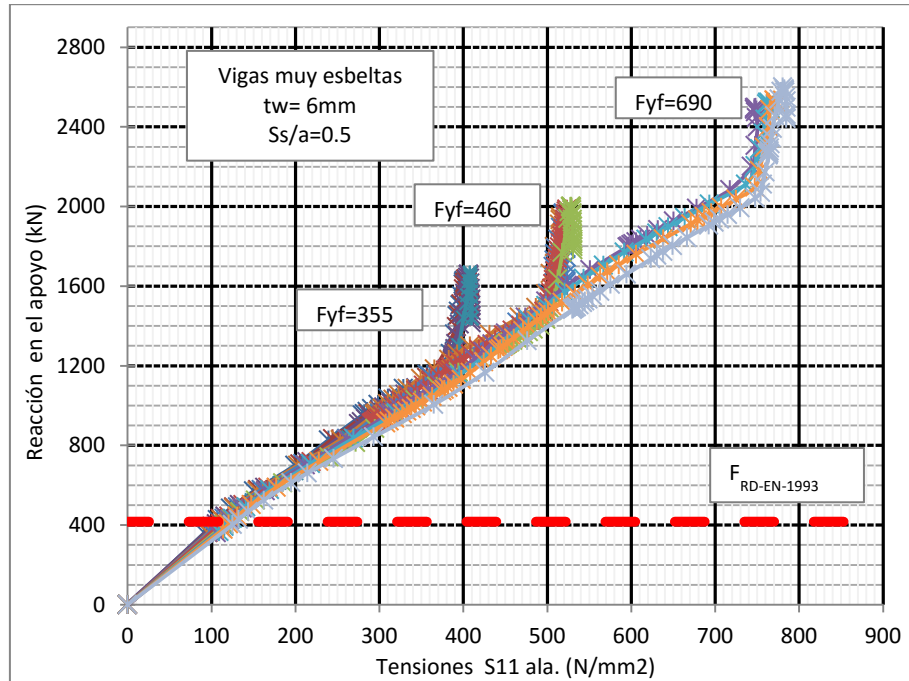
En la tabla 6.2 se muestran de manera gráfica las tensiones de Von Mises tanto en el alma como en el ala inferior de una de las vigas de este grupo, para los incrementos del análisis correspondiente a la pérdida de linealidad  $F_1$  y a la carga última  $F_2$ .

Posición	INC 10/F1	INC 20/F2
Alma		
Ala Inferior		

**Tabla 6.2.** Tensiones de Von Mises en el ala inferior y alma de una de las vigas del grupo muy esbeltas para la pérdida de linealidad  $F_1$  y carga última  $F_2$ .

Las zonas grises de las imágenes mostradas en la tabla 6.2 corresponden a zonas plastificadas. En la tabla podemos observar cómo para  $F_1$  aparece una franja de plastificación en el alma mientras el ala aún no ha plastificado pero se observan mayores tensiones concentradas en las zonas donde se espera aparezcan las rótulas plásticas (bordes del apoyo e intersecciones con los rigidizadores). A partir de este momento el alma de la viga continua plastificándose mientras se ancla al ala inferior específicamente a las zonas donde se esperan las rótulas plásticas. Este comportamiento se observa de manera especialmente clara al alcanzar  $F_2$ , donde además se aprecia cómo el ala ha plastificado en estas zonas. Este tipo de comportamiento confirma que la resistencia adicional desarrollada por la viga desde  $F_1$  hasta  $F_2$  es responsabilidad del ala inferior, y que esta resistencia se desarrolla hasta que el ala plastifica. Por esta razón se presenta el diagrama tensión-reacción para el ala inferior, de manera de observar de forma clara la evolución de dichas tensiones.



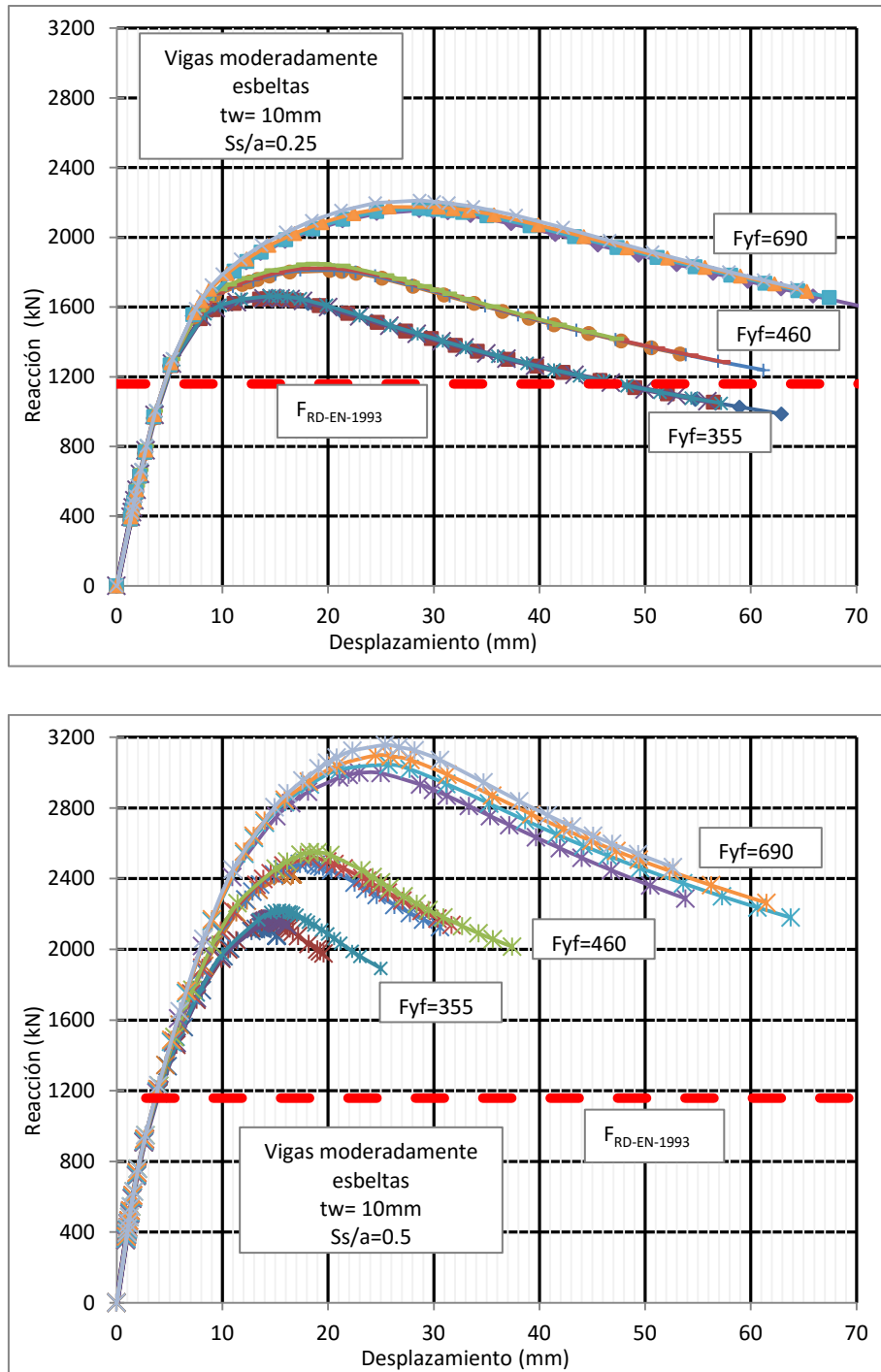


**Figura 6.6.** Diagrama reacción-tensiones longitudinales del ala inferior en la intersección con el rigidizador para las vigas de 6mm de espesor de alma con  $Ss/a=0.25$  (a) y  $Ss/a=0.50$  (b)

Al igual que en el caso de los diagramas reacción-desplazamiento, las figuras 6.6.a y 6.6.b muestran los puntos significativos de pérdida de linealidad y carga última de manera muy clara. Se observa cómo para el valor de pérdida de linealidad  $F_1$  la hibridez de las piezas no tiene casi ninguna influencia mientras que para el valor de carga última sí tiene una influencia notable. Además se observa cómo después de la primera pérdida de linealidad, el desarrollo de las tensiones en el ala sigue siendo lineal con una pendiente inferior prácticamente hasta alcanzar  $F_2$ , encontrando un brusco cambio de pendiente muy poco antes del fallo final correspondiente a la fase en la cual la pieza desarrolla la mayoría de su deformación plástica. Por otro lado se observa cómo el valor de  $F_{RD-EN-1993-1-5}$  (línea roja punteada) se encuentra en la fase completamente lineal del proceso. Por último, acotar de nuevo que aunque las formas de los diagramas 6.6a y 6.6b son prácticamente iguales, el aumento de la resistencia  $F_2$  con el aumento del tamaño del apoyo es notable.

## 6.2. Vigas moderadamente esbeltas ( $187,5 \geq h_w/t_w \geq 125$ )

En este grupo se encuentran las vigas con espesores de alma de 8 y 10 y 12 mm. A pesar de que las de 8 mm tienden a parecerse un poco al grupo de las muy esbeltas y las de 12 mm comienzan a presentar ciertas similitudes con las robustas, estos tres espesores de alma presentaron un modo de fallo y una tendencia de los gráficos muy similar entre ellas. Se muestran a continuación los resultados de las vigas con almas de 10mm de espesor.



**Figura 6.7.** Diagrama reacción-desplazamiento vertical del ala para las vigas de 10mm de espesor de alma con  $Ss/a=0.25$  (a) y  $Ss/a=0.50$  (b)

Las gráficas 6.7a y 6.7b ilustran un comportamiento bastante similar al observado en el grupo anterior, encontrándose una primera pérdida de linealidad  $F_1$  y la posterior resistencia adicional dependiente del ala. Las siguientes afirmaciones siguen siendo apropiadas para este grupo de vigas:

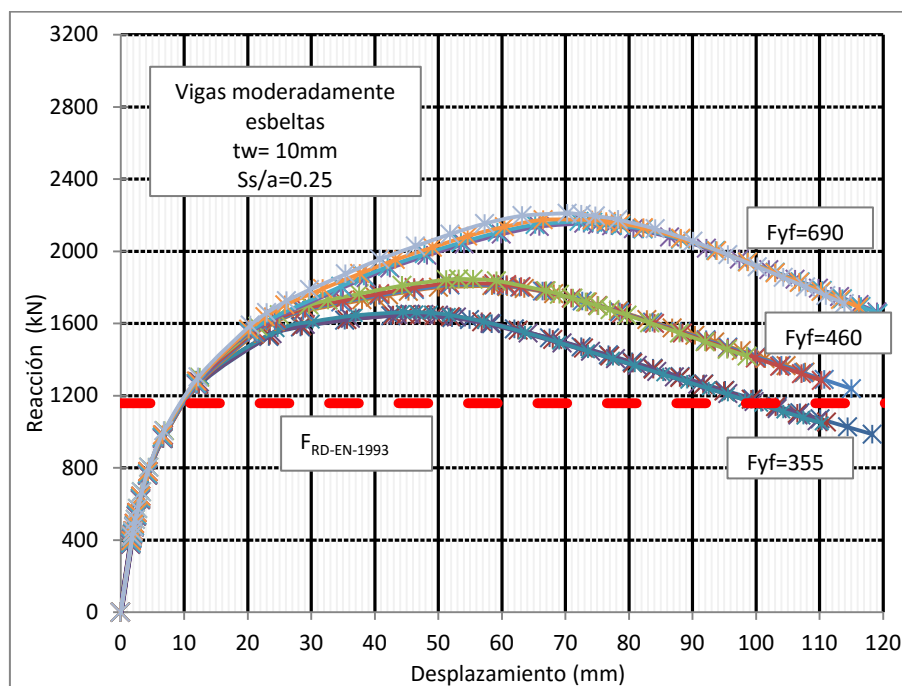
- El grado de hibridez influye aumentando notablemente la resistencia última  $F_2$  de las vigas, sin embargo tiene poca o nula influencia en los puntos de pérdida de linealidad.
- La resistencia última  $F_2$  de las vigas aumenta notablemente a medida que se aumenta la relación  $Ss/a$  es decir el tamaño del apoyo.

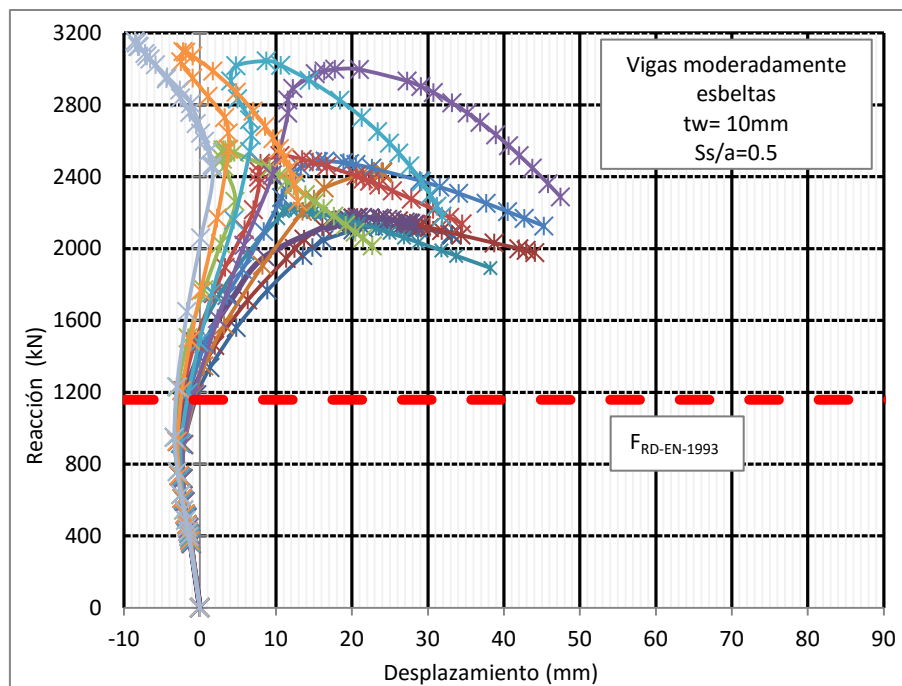
- La influencia del espesor de los rigidizadores en el valor de resistencia última es prácticamente nula.

Sin embargo, es necesario señalar ciertas diferencias que se aprecian con respecto al grupo anterior de vigas muy esbeltas:

- La rama lineal para este grupo de vigas es considerablemente más larga que en el caso anterior. Consecuentemente se puede entender que debido a que el comportamiento lineal inicial está gobernado únicamente por el alma, el valor de  $F_1$  aumenta al aumentar su espesor.
- El valor normativo  $F_{RD-EN-1993-1-5}$  continúa subestimando el valor de resistencia última  $F_2$  aunque en menor medida que en el grupo anterior.
- Al ser  $F_1$  mayor que en el caso de las vigas muy esbeltas el tramo de resistencia adicional que desarrolla el ala hasta llegar a  $F_2$  es más corto.

Al igual que en el caso anterior, para lograr investigar con mayor claridad los puntos de pérdida de linealidad se grafican a continuación diagramas reacción-desplazamiento fuera del plano del alma.





**Figura 6.8.** Diagrama reacción-desplazamiento fuera del plano del alma para las vigas de 10mm de espesor de alma con  $S_s/a=0.25$  (a) y  $S_s/a=0.50$  (b)

La conclusión más clara que permiten obtener las figuras 6.8a y 6.8.b es cómo el valor de  $F_{RD-EN-1993-1-5}$  (línea roja punteada en los diagramas) se aproxima con bastante precisión al valor  $F_1$  de pérdida de linealidad en el cual las curvas correspondientes a los distintos grados de hibridez de separan. Sin embargo dicho valor continúa subestimando de manera bastante notable la capacidad de la viga de desarrollar resistencia adicional posterior a este punto. Por otro lado, cabe notar de nuevo la particular forma del gráfico en el caso de vigas con relación  $S_s/a=0.50$  (figura 6.8.b) las cuales presentan la misma situación comentada previamente y analizada en las figuras 6.4 y 6.5.

A continuación se presentan numéricamente los resultados obtenidos para las vigas con almas de 10 mm de espesor.

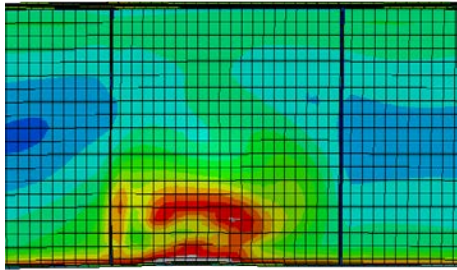
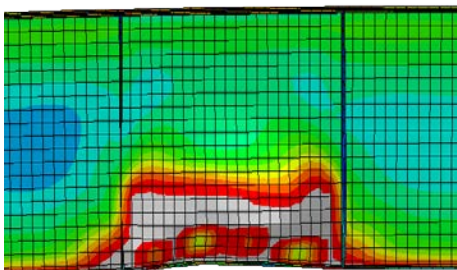
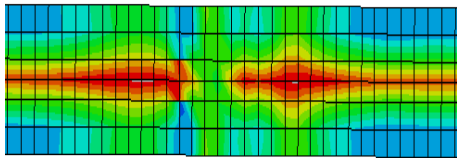
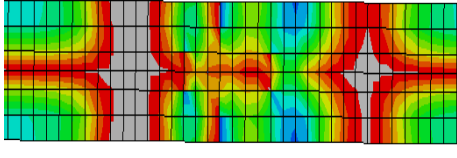
$S_s/a$	$t_w$	$f_{yf}$	$t_r$	$F_{RDEN-1993-1-5}$	$F_2$
	mm	N/mm <sup>2</sup>	mm	kN	kN
0.25	10	355	12	1158,40	1643,04
			15		1647,91
			20		1651,25
			30		1662,84
		460	12	1158,40	1808,93
			15		1813,13
			20		1822,26
			30		1846,48
		690	12	1158,40	2154,1
			15		2165,31
			20		2174,52

			30		2210,66
0.50	10	355	12	1158,40	2125,55
			15		2172,57
			20		2173,88
			30		2220,52
		460	12	1158,40	2425,07
			15		2487,65
			20		2517,37
			30		2549,89
		690	12	1158,40	2998,64
			15		3044,41
			20		3097,08
			30		3155,83

**Tabla 6.3.** Resultados de  $F_2$  y  $F_{RD-EN-1993-1-5}$  para las vigas con alma de 10mm de espesor

Una vez comprendida la respuesta estructural de este grupo de vigas mediante la utilización de los diagramas de fuerza-desplazamiento y confirmado de nuevo el hecho de que existe una reserva de resistencia adicional posterior a  $F_{RD-EN-1993-1-5}$  es necesario estudiar la evolución del estado tensional de la pieza durante los puntos más notables del diagrama.

En la tabla 6.4 se muestran de manera gráfica las tensiones de Von Mises tanto en el alma como en el ala inferior de una de las vigas de este grupo, para los incrementos del análisis correspondiente a la pérdida de linealidad  $F_1$  y a la carga última  $F_2$ .

Posición	INC 8/ $F_1$	INC 12/ $F_2$
Alma		
Ala Inferior		

**Tabla 6.4.** Tensiones de Von Mises en el ala inferior y alma de una de las vigas del grupo moderadamente esbeltas para la pérdida de linealidad  $F_1$  y carga última  $F_2$ .

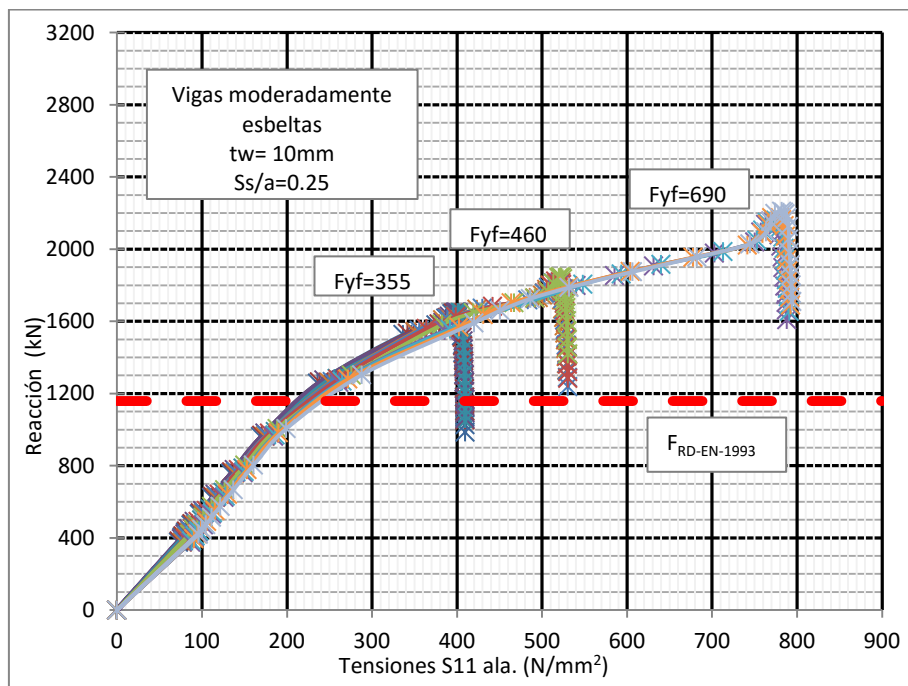
Las zonas grises de las imágenes mostradas en la tabla 6.4 corresponden a zonas plastificadas. En la tabla podemos observar un mecanismo muy similar al de las vigas muy esbeltas, encontrando una franja de plastificación en el alma para  $F_1$  mientras el ala aún no ha plastificado. Al alcanzar  $F_2$ , se observa como el ala ha plastificado en las zonas de intersección con los rigidizadores. Al encontrar el mismo comportamiento que en el caso anterior se confirma la formación del mecanismo de rótulas plásticas y el desarrollo de resistencia

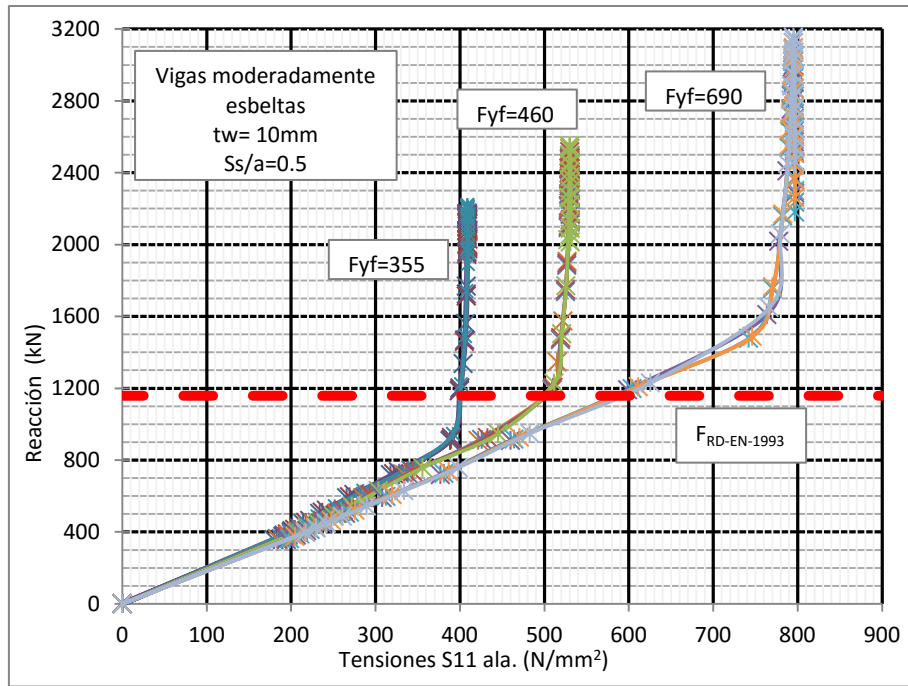


adicional. Sin embargo cabe destacar dos diferencias notables que el estado tensional presenta respecto al caso de vigas muy esbeltas:

- La zona plastificada del alma para F2 muestra de manera más clara que el caso anterior el mecanismo de dos líneas de fallo propuesto por (Roberts y Rockey, 1979) y mencionado en el capítulo 2.
- Se observa una ligera asimetría en la formación de rótulas plásticas del ala inferior, apareciendo en primer lugar la rótula del lado de la viga en voladizo. Esto lleva a pensar que el fenómeno de flexión debido a la modelización de la viga en voladizo está interactuando aunque sea de forma leve con el fenómeno de *patch loading*.

A continuación se presenta el diagrama tensión-reacción para el ala inferior, específicamente para la intersección con el rigidizador de manera de observar de forma clara la evolución de dichas tensiones.



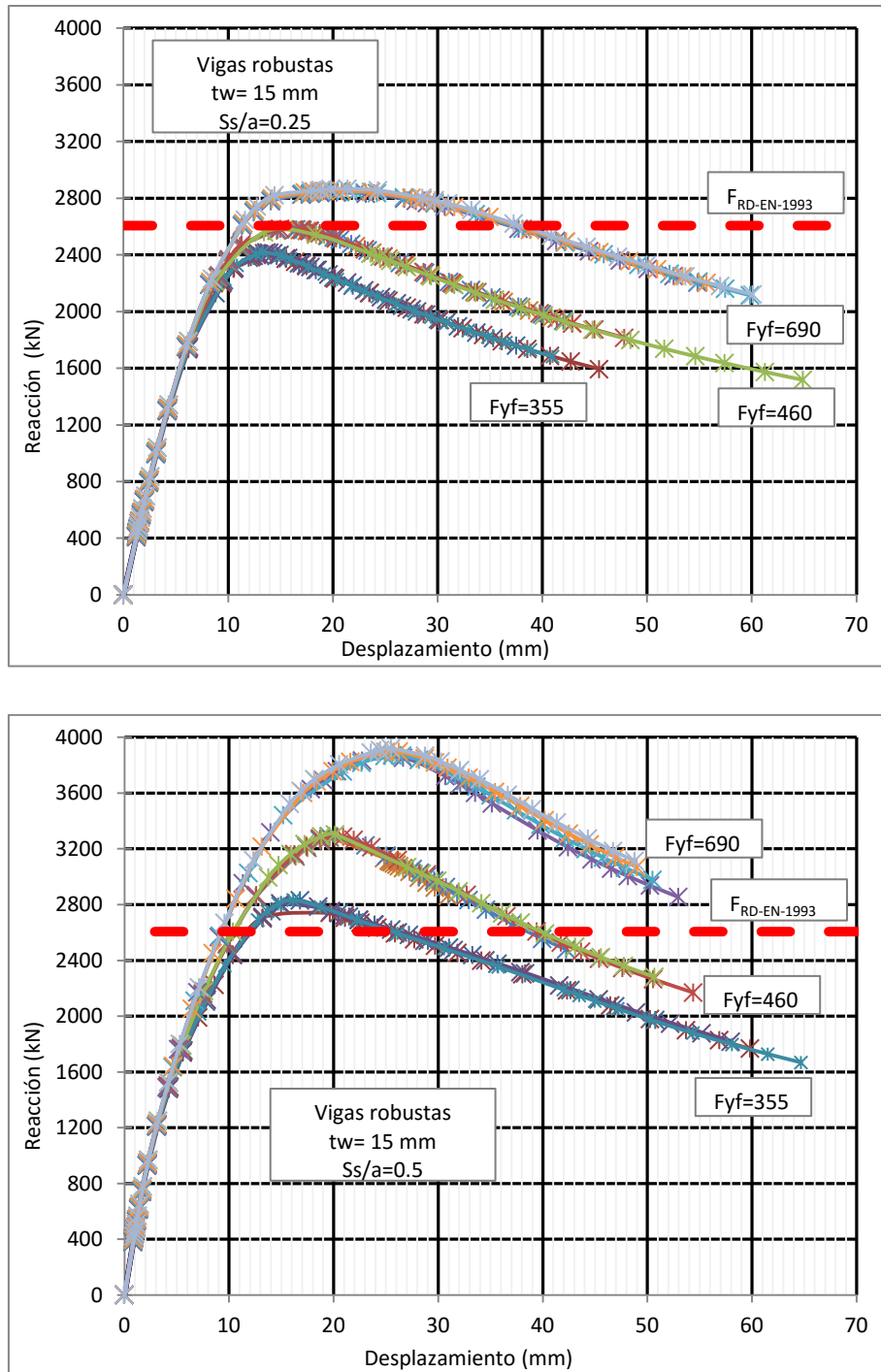


**Figura 6.9.** Diagrama reacción-tensiones longitudinales del ala inferior en la intersección con el rigidizador para las vigas de 10mm de espesor de alma con  $Ss/a=0.25$  (a) y  $Ss/a=0.50$  (b)

Las figuras 6.9.a y 6.9.b muestran de forma clara los puntos significativos de pérdida de linealidad y carga última. Se observa cómo para el valor de pérdida de linealidad  $F_1$  la hibridez de las piezas no tiene casi ninguna influencia mientras que para el valor de carga última  $F_2$  sí tiene una influencia notable. Al igual que en el caso anterior se observa cómo después de la primera pérdida de linealidad, el desarrollo de las tensiones en el ala sigue siendo lineal con una pendiente inferior prácticamente hasta alcanzar  $F_2$ , encontrando un brusco cambio de pendiente muy poco antes del fallo final correspondiente a la fase en la cual la pieza desarrolla la mayoría de su deformación plástica. Por último se observa de manera muy clara cómo para este caso el valor de  $F_{RD-EN-1993-1-5}$  (línea roja punteada) prácticamente coincide con el valor de  $F_1$  a diferencia del caso anterior donde se encontraba apenas al inicio de la parte lineal.

### 6.3. Vigas robustas ( $h_w/t_w \leq 100$ )

En este último grupo se encuentran las vigas con espesores de alma de 15mm. Se verá mediante los diagramas reacción-desplazamiento cómo su comportamiento y capacidades  $F_{RD-EN-1993-1-5}$  y  $F_2$  presentan diferencias significativas con respecto a los dos casos anteriores.



**Figura 6.10.** Diagrama reacción-desplazamiento vertical del ala para las vigas de 15mm de espesor de alma con  $S_s/a=0.25$  (a) y  $S_s/a=0.50$  (b)

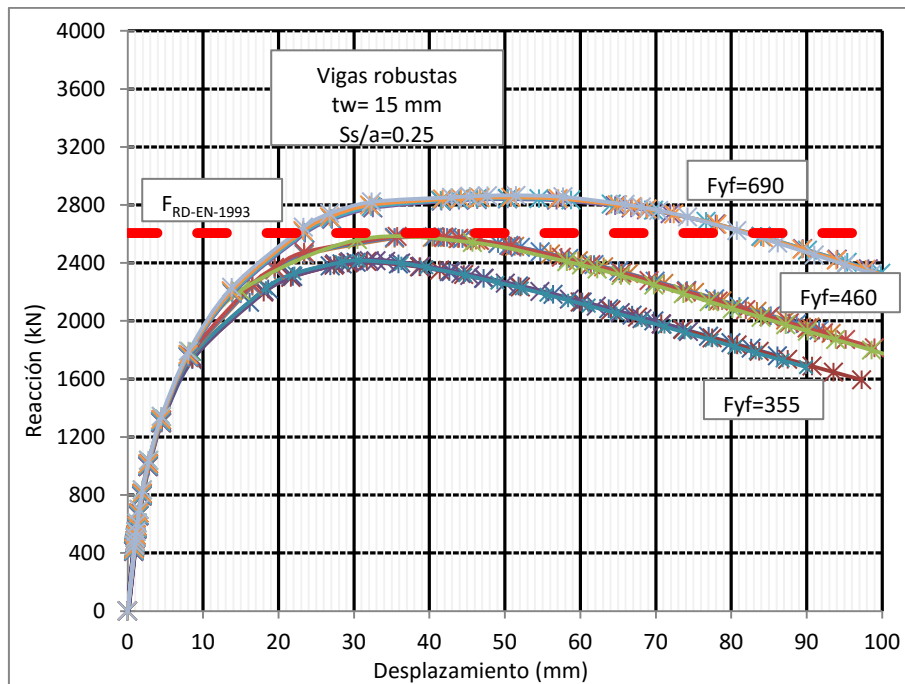
La forma de las figuras 6.10a y 6.10b permite intuir inmediatamente que este grupo de vigas presenta un comportamiento diferente a los dos grupos anteriores. Particularmente se puede afirmar:

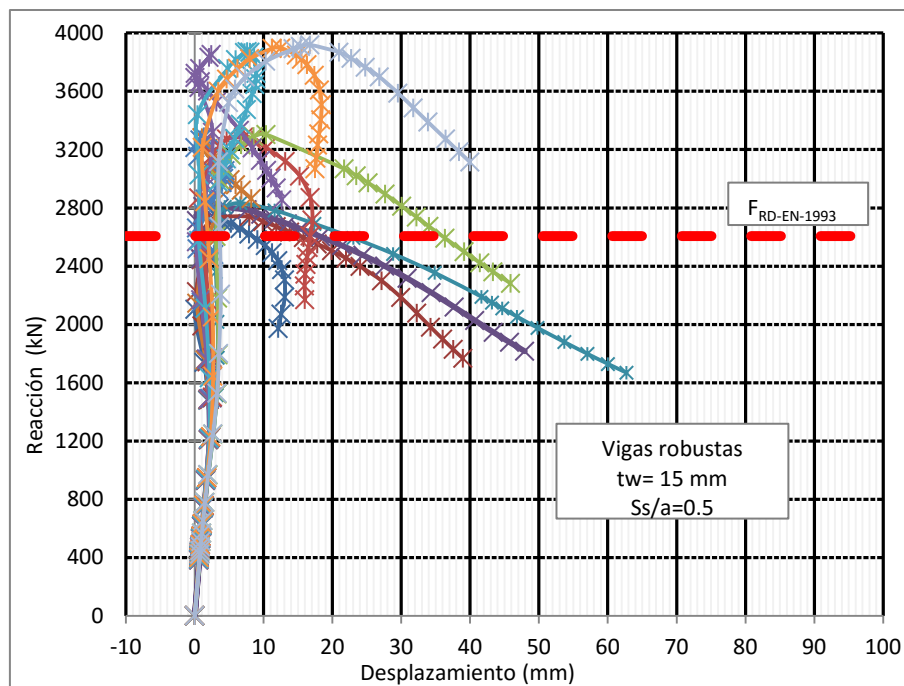
- A diferencia de los dos grupos anteriores, en este caso las vigas desarrollan prácticamente toda su resistencia durante la rama lineal. Mientras que para el grupo de vigas muy esbeltas el valor de  $F_1$  representa entre un 30 y 40% de  $F_2$  y para el de moderadamente esbeltas este valor se sitúa entre el 40 y el 50%; en este caso se encuentra que dicho valor alcanza magnitudes de entre 65 y 75%. De esta manera se

puede afirmar con certeza y como es de esperar, que el valor de pérdida de linealidad  $F_1$  depende directamente de la robustez del alma.

- Consecuentemente con lo expresado anteriormente, se observa cómo para las vigas robustas el valor de resistencia adicional desarrollado después de la pérdida de linealidad es muy bajo en comparación con los dos grupos anteriores. Particularmente para el caso de vigas no híbridas el valor es prácticamente nulo.
- Por otro lado se observa cómo para las vigas con relación  $S_s/a=0.25$  el valor de resistencia normativo  $F_{RD-EN-1993-1-5}$  (línea roja punteada en los diagramas) sobreestima la resistencia última de las vigas, particularmente para los casos de  $f_{yf}$  355 y 460. Debido a que se trata de una modelización realista de un lanzamiento de puente en voladizo, es muy probable que esté ocurriendo cierta interacción entre el fenómeno de *patch loading* y otros modos de fallo como por ejemplo debidos a flexión o a cortante que hagan bajar el valor calculado para un fallo únicamente frente a cargas concentradas. Esta hipótesis se ampliará más adelante al evaluar las tensiones en la pieza.

De la misma manera que en los dos casos anteriores se presentan a continuación diagramas reacción-desplazamiento del alma fuera del plano, en busca de que éstos arrojen mayor luz sobre los puntos de pérdida de linealidad.





**Figura 6.11.** Diagrama reacción-desplazamiento fuera del plano del alma para las vigas de 15mm de espesor de alma con  $S_s/a=0.25$  (a) y  $S_s/a=0.50$  (b)

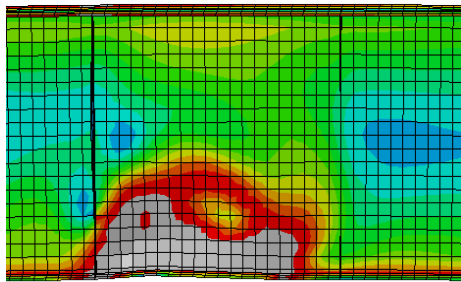
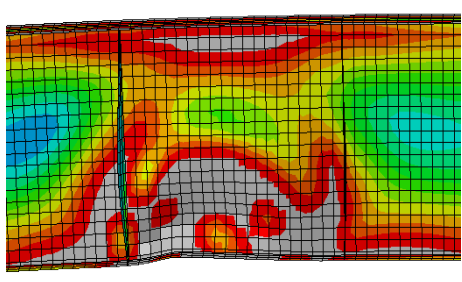
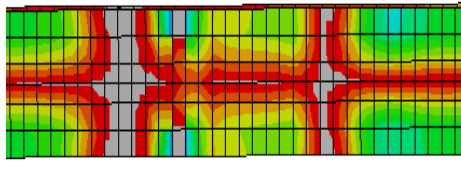
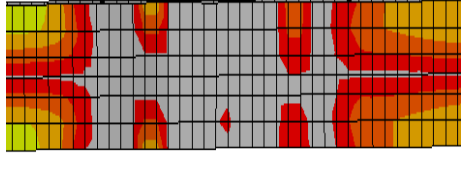
En las figuras 6.11.a y 6.11.b podemos observar cómo las vigas con una relación  $S_s/a=0.50$  presentan una forma de curva completamente distinta del resto de los casos. Esto puede deberse de nuevo a la presencia de interacciones con otros modos de fallo. Por otro lado para el caso de relaciones  $S_s/a=0.25$ , la gráfica permite identificar de manera muy clara la ubicación del punto de pérdida de linealidad  $F_1$  (aproximadamente 1800 kN). A continuación se presenta una tabla con los resultados numéricos más relevantes para este grupo de vigas.

$S_s/a$	$t_w$	$f_{yf}$	$t_r$	$F_{RDEN-1993-1-5}$	$F_2$
	mm	N/mm <sup>2</sup>	mm	kN	kN
0.25	10	355	12	2606,41	2404,50
			15		2409,71
			20		2415,88
			30		2417,97
		460	12	2606,41	2576,21
			15		2579,39
			20		2583,65
			30		2559,80
		690	12	2606,41	2839,84
			15		2845,58
			20		2851,43
			30		2866,23
0.50	10	355	12	2606,41	2829,65
			15		2741,20
			20		2808,26
			30		2832,62

		460	12	2606,41	3280,29
			15		3288,16
			20		3285,98
			30		3302,91
		690	12	2606,41	3852,90
			15		3871,50
			20		3897,47
			30		3918,69

**Tabla 6.5.** Resultados de  $F_2$  y  $F_{RD-EN-1993-1-5}$  para las vigas con alma de 10mm de espesor

En la tabla 6.5 se puede observar numéricamente cómo el valor  $F_{RD-EN-1993-1-5}$  sobreestima la resistencia última de algunas vigas, particularmente los casos con relación  $S_s/a=0.25$  y  $f_{yf}$  de 355 y 460. Por otro lado se observa cómo los valores de resistencia adicional encontrada son en general muy bajos para el resto de casos. Para comprender mejor por qué estas vigas presentan un comportamiento tan diferente a los dos grupos anteriores se estudiarán a continuación los estados tensionales en los incrementos más relevantes.

Posición	INC 12/F1	INC 16/F2
Alma		
Ala Inferior		

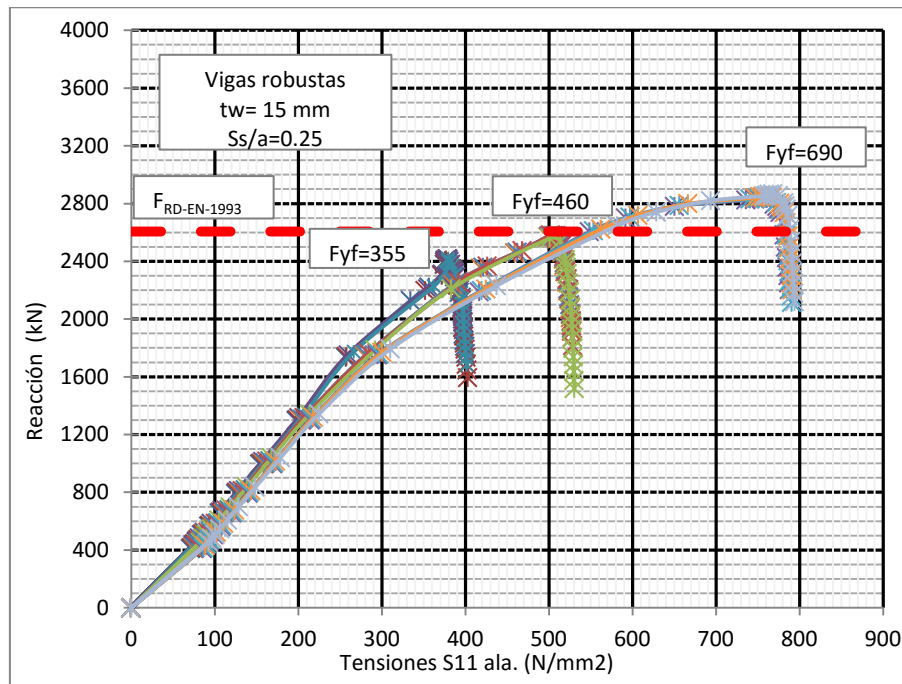
**Tabla 6.6.** Tensiones de Von Mises en el ala inferior y alma de una de las vigas del grupo robustas para la pérdida de linealidad  $F_1$  y carga última  $F_2$ .

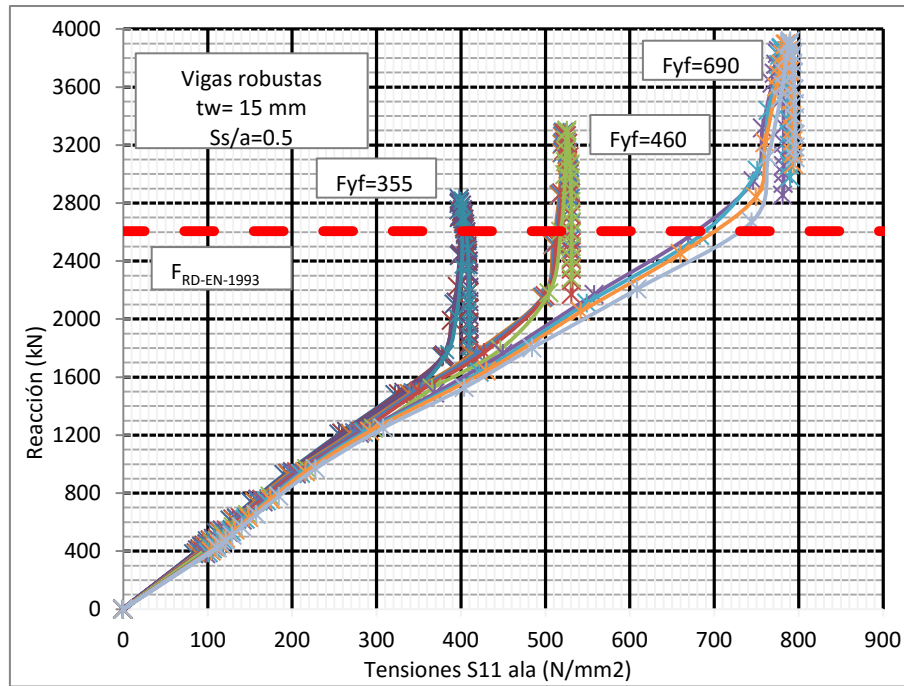
La tabla 6.6 muestra de manera gráfica los estados tensionales del alma y del ala inferior de una de las vigas del grupo para los instantes significativos en los que se alcanzan los valores de  $F_1$  y  $F_2$  correspondientemente. De nuevo, las zonas en gris corresponden a las zonas plastificadas de la pieza. La tabla presenta notables diferencias con lo observado previamente en las tablas 6.2 y 6.4 principalmente se hace necesario llamar la atención acerca de los siguientes puntos:

- El ala inferior ya ha plastificado en las rótulas externas (intersección con los rigidizadores) para el incremento en el cual se alcanza  $F_1$ . Entendiendo que el mecanismo de resistencia adicional que se genera después de  $F_1$  y que se ha observado hasta ahora en los dos grupos de vigas anteriores depende directamente de la capacidad restante en el ala, esto lleva a intuir que la viga podrá desarrollar poco o nada de resistencia adicional. Esto va a acorde con lo observado en las figuras 6.7 y 6.8.

- A diferencia de los dos grupos anteriores en los cuales únicamente se observaba plastificación puntual en las zonas de rótulas plásticas al alcanzar  $F_2$ , en este caso prácticamente la totalidad del ala inferior se encuentra plastificada.
- Además en este caso, al alcanzar el valor de  $F_2$ , se observa una plastificación en la parte superior del alma casi en la intersección con el ala superior que no aparece en ninguno de los otros casos. Esta plastificación es debida al momento flector actuante en la pieza debido a su condición de voladizo, lo cual confirma la interacción del fenómeno de *patch loading* con otros modos de fallo.
- Se observa plastificación adicional en los módulos de alma adyacentes al cargado, lo cual hace intuir que también existe interacción con un fallo debido a esfuerzo cortante.

A continuación se presentan los diagramas de reacción-tensiones en el ala inferior, particularmente en la zona de intersección con los rigidizadores donde se puede observar de forma clara cómo la zona ha alcanzado prácticamente la totalidad de su límite elástico para el momento de pérdida de linealidad  $F_1$ , especialmente para las vigas con  $f_{yf}=355$ .





**Figura 6.12.** Diagrama reacción-tensiones longitudinales del ala inferior en la intersección con el rigidizador para las vigas de 15mm de espesor de alma con  $S_s/a=0.25$  (a) y  $S_s/a=0.50$  (b)

Debido a todo lo expresado anteriormente, se puede afirmar que para el grupo de vigas clasificadas como robustas el modelo de fallo de cuatro rótulas que permite desarrollar la resistencia adicional posterior a  $F_1$  no se formará satisfactoriamente debido principalmente a la interacción con otros modos de fallo provenientes de las condiciones estáticas de la pieza así como debido al gran nivel de tensiones a las que se ve sometida el ala inferior (responsable de desarrollar el mecanismo) para el momento de pérdida de linealidad. Por esta razón y de modo de no distorsionar los resultados, estas vigas quedan excluidas de todos los resultados que se presentan de aquí en adelante.

#### 6.4. Utilización de modelos de barras.

Durante los tres apartados anteriores se ha analizado la respuesta estructural de los modelos de *shells* estudiados. Con ello se ha confirmado que para una configuración estructural realista la respuesta frente a cargas concentradas responde a los modelos teóricos estudiados en el capítulo 2 del presente trabajo y que por ende se puede estimar que en general las vigas tendrán una resistencia adicional a la aportada por el alma. Esta resistencia se desarrolla mediante un mecanismo de 4 rótulas plásticas en el ala cargada y su magnitud depende directamente del estado tensional del ala en el momento de pérdida de linealidad.

A continuación, y como objetivo fundamental de este trabajo, se propone una metodología mediante la cual utilizar un sencillo modelo de barras y un análisis lineal elástico global de la estructura para la obtención de dicho estado tensional. Posteriormente se ponen a prueba los resultados obtenidos mediante este método comparándolos con los obtenidos numéricamente en los tres apartados anteriores.

El método busca ser lo suficientemente sencillo para poder ser utilizado como procedimiento práctico de predimensionado durante la etapa de proyecto de puentes formados por vigas



armadas metálicas con rigidizadores transversales poco espaciados y construidos por empujes sucesivos. Para ello se plantean los siguientes pasos.

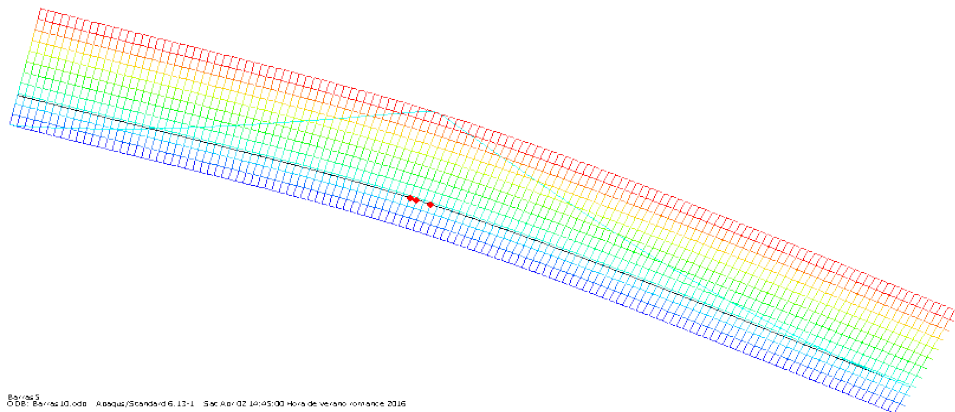
En primer lugar se calcula el valor de  $F_{RD-EN-1993-1-5}$  mediante la fórmula 2.2 mostrada en el capítulo 2 del presente trabajo. De los parámetros utilizados en el estudio paramétrico descrito en el capítulo 5, este valor solo depende de  $t_w$ , con lo cual se tiene un único valor para todas las vigas de cada uno de los espesores de alma utilizados. Consecuentemente, se ha realizado un único modelo de barras para cada uno de los espesores de alma estudiados, para un total de 5 modelos de barras.

Posteriormente, y tomando en cuenta la configuración estructural del modelo de barras, es necesario aplicar una carga lineal sobre toda la viga que genere una reacción en el apoyo equivalente a  $F_{RDEN-1993-1-5}$ . El valor de dicha carga es fácilmente obtenido resolviendo el esquema estático de la viga. En la tabla 6.7 se muestran los valores utilizados para cada uno de los espesores de alma del estudio paramétrico.

$t_w$	$\lambda$	$F_{RD-EN-1993-1-5}$	$Q_{lineal\ barras}$
mm		kN	N/mm
5	300	289,60	4,50
6	250	417,03	6,48
8	187,5	741,38	11,52
10	150	1158,40	18,00
12	125	1668,10	25,93

**Tabla 6.7.** Valores de  $F_{RDEN-1993-1-5}$  y de la carga lineal asignada en los modelo de barras.

Una vez obtenida esta carga lineal, se asigna en el modelo de barras y se procede a realizar un análisis estático lineal global de la estructura. Posteriormente se extraen de dicho modelo los valores de momento flector en los puntos de interés. En este caso, dichos puntos corresponden al borde del apoyo y a la intersección entre el ala y el primer rigidizador. Dado que en el modelo de barras no es posible considerar de manera sencilla el tamaño del apoyo (el apoyo es un solo nodo), se intenta reproducir la diferencia entre los dos tamaños de apoyo estudiados obteniendo el momento flector en dos nodos separados las distancias correspondientes del apoyo nodal del modelo.



**Figura 6.13.** Modelo de barras con los momentos flectores en la pieza. Los tres nodos señalados en rojo corresponden a los de apoyo para ambos tamaños y al de intersección entre ala y rigidizador.

Con los momentos flectores obtenidos y utilizando el correspondiente módulo resistente de la viga se calculan las tensiones en el ala inferior para cada uno de los puntos de interés. La tabla 6.8 muestra los resultados de tensiones obtenidos para cada uno de los modelos de barras estudiados.

$t_w$	$W_y$	$MF_{RD \text{ apoyo } 025}$	$MF_{RD \text{ apoyo } 05}$	$MF_{RD \text{ rigidizador}}$	$\sigma_f \text{ apoyo } 025$	$\sigma_f \text{ apoyo } 05$	$\sigma_f \text{ rigidizador}$
mm	mm <sup>3</sup>	N.mm	N.mm	N.mm	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>
5	4,30E+07	1,72E+09	1,67E+09	1,58E+09	39,99	38,92	36,82
6	4,32E+07	2,47E+09	2,41E+09	2,28E+09	57,20	55,66	52,66
8	4,38E+07	4,40E+09	4,28E+09	4,05E+09	100,33	97,64	92,36
10	4,44E+07	6,87E+09	6,69E+09	6,33E+09	154,71	150,55	142,42
12	4,50E+07	9,89E+09	9,63E+09	9,11E+09	219,89	213,99	202,42

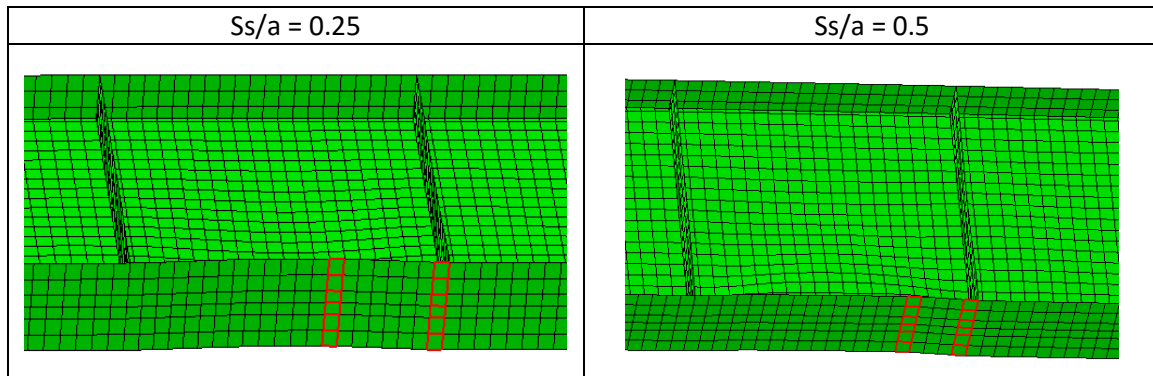
**Tabla 6.8.** Momentos flectores y tensiones obtenidas de los modelos de barras para cada uno de los espesores de alma estudiados.

Llegado este punto, se ha encontrado de manera muy sencilla y directa un estado tensional en el ala cargada de la viga en los puntos de interés para aplicar la formulación de Chacón. De modo de garantizar cierta precisión del procedimiento, se presenta en la tabla 6.9 una comparación entre las tensiones obtenidas por el análisis de barras y las tensiones promedio en la franja equivalente del modelo de *shells* respectivo.

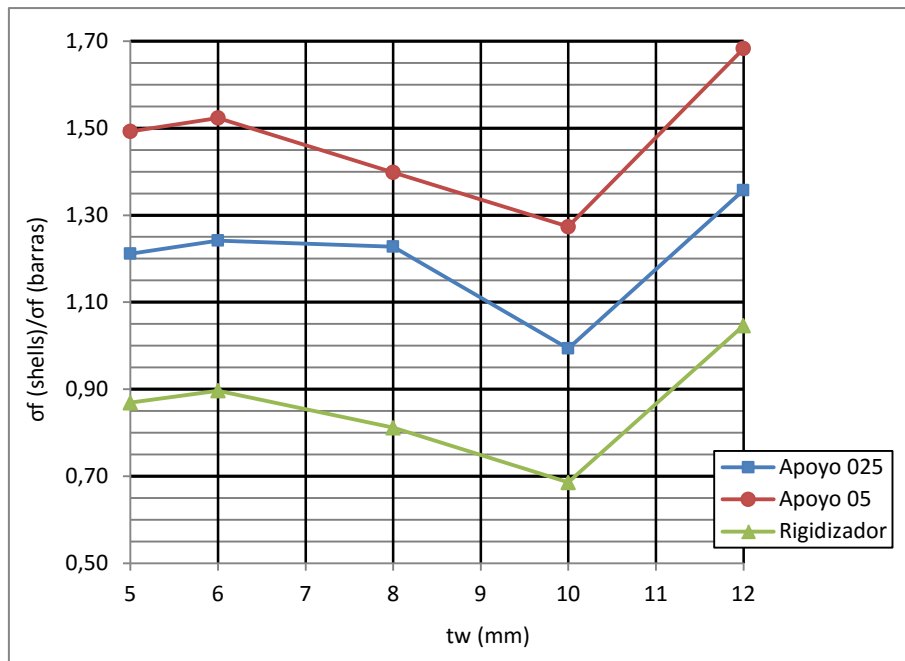
Tensiones promedio <i>Shells</i>				Tensiones Barras		
$t_w$	$\sigma_f \text{ apoyo } 025$	$\sigma_f \text{ apoyo } 05$	$\sigma_f \text{ rigidizador}$	$\sigma_f \text{ apoyo}$	$\sigma_f \text{ apoyo } 05$	$\sigma_f \text{ rigidizador}$
mm	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>
5	48,45	58,09	31,99	39,99	38,92	36,82
6	71,024	84,81	47,21	57,20	55,66	52,66
8	123,19	136,56	74,96	100,33	97,64	92,36
10	153,71	191,75	97,67	154,71	150,55	142,42
12	298,5	360,19	211,81	219,89	213,99	202,42

**Tabla 6.9.** Tensiones en los puntos de interés obtenidas mediante un modelo de *shells* y uno de barras.

Los nodos de obtención de dichas tensiones en el modelo de barras son los mostrados en la figura 6.10 mientras que las franjas de elementos finitos de las cuales se obtienen las tensiones de shells son las mostradas en la tabla 6.10. Como es de esperar las tensiones difieren entre un método y otro, sin embargo en la mayoría de los casos los valores se encuentran dentro de un orden de magnitud similar. En la figura 6.14 se grafican estas variaciones para los distintos espesores de alma y puntos de interés.



**Tabla 6.10.** Franjas de elementos finitos utilizadas para la extracción de tensiones en cada tamaño de apoyo.



**Figura 6.14.** Ratio de variación entre las tensiones obtenidas del análisis no lineal con shells y el análisis lineal de barras para los distintos espesores de alma estudiados.

Como se puede observar en la figura 6.14, el modelo de barras en general subestima el estado tensional en las zonas de los apoyos mientras que lo sobre estima ligeramente en la zona del rigidizador. Esto se puede deber entre otras cosas a los siguientes factores:

- El modelo de barras no considera apropiadamente el tamaño del apoyo, ya que el apoyo es nodal.
- El modelo de barras no contiene los rigidizadores, por esta razón el fenómeno tensional en la zona del rigidizador no estará representado apropiadamente.
- El modelo de barras no tiene en cuenta las tensiones residuales, mientras que en el modelo de *shells*, al estar tomando en cuenta una tensión promedio de una franja de elementos finitos, las tensiones residuales influyen notablemente en el valor.
- La tensión del modelo de barras es proveniente estrictamente de un fenómeno de flexión.

Por otro lado en la figura 6.14 también se puede observar cómo los espesores intermedios (8 y 10mm) se adaptan mucho mejor a los resultados que los espesores extremos. Esto se debe a lo siguiente:

- En el caso de espesores pequeños (5 y 6 mm) el valor de  $F_{RDEN-1993-1-5}$  es muy bajo, por lo que en el análisis no lineal se alcanza en el primer o segundo incremento. Durante estos primeros incrementos las tensiones residuales tienen mucha más influencia que en incrementos más avanzados del análisis, distorsionando el valor promedio al alza en gran medida.
- En el caso del espesor de 12mm el valor de  $F_{RDEN-1993-1-5}$  es, por el contrario, alto, alcanzándose en incrementos en los cuales ya se ha perdido cierta linealidad en la pieza, el análisis elástico lineal no es capaz de reproducir este comportamiento, quedándose por debajo en el valor de tensiones.

Sin embargo una vez entendido todo esto, se observa que las tensiones no varían excesivamente, siendo la máxima variación del 40% y entendiendo que la formulación de Chacón cuenta con coeficientes correctores tanto por esbeltez como por hibridez que en general mantendrán los resultados del lado de la seguridad, se procede a aplicar dicha formulación (ecuación 2.13) utilizando estas tensiones como dato de entrada. En la tabla 6.10 se presentan los resultados obtenidos de la aplicación del método para cada uno de los espesores de alma estudiados, mostrando cada uno de los parámetros utilizados para el cálculo. Entre ellos destacan el factor de hibridez  $\kappa$  (ecuación 2.19) y el valor  $\chi_{fi}$  que toma en cuenta el estado tensional del ala y que además se ve corregido en función de la esbeltez del alma (ecuación 2.18).

$t_w$	$S_s/a$	$f_{yf}$	$\kappa$	$\chi_{fi}$	$\chi_{fo}$	$\Delta F_f$ (kN)	$F_{RD}^*$
mm		N/mm <sup>2</sup>				kN	kN
5	0.25	355	1,00	0,28	0,26	828,77	1118,37
		460	0,93	0,22	0,20	1078,64	1368,25
		690	0,76	0,14	0,13	1452,35	1741,95
	0.5	355	1,00	0,27	0,26	1249,60	1539,20
		460	0,93	0,21	0,20	1623,93	1913,53
		690	0,76	0,14	0,13	2183,45	2473,05
6	0.25	355	1,00	0,36	0,33	740,52	1157,55
		460	0,93	0,28	0,26	996,92	1413,95
		690	0,76	0,19	0,17	1384,92	1801,95
	0.5	355	1,00	0,35	0,33	1119,07	1536,10
		460	0,93	0,27	0,26	1503,06	1920,08
		690	0,76	0,18	0,17	2083,72	2500,74
8	0.25	355	1,00	0,55	0,50	538,65	1280,02
		460	0,93	0,42	0,39	809,97	1551,35
		690	0,76	0,28	0,26	1230,67	1972,05
	0.5	355	1,00	0,53	0,50	820,49	1561,87
		460	0,93	0,41	0,39	1226,55	1967,93
		690	0,76	0,27	0,26	1855,57	2596,95
10	0.25	355	1,00	0,76	0,70	304,05	1462,45
		460	0,93	0,59	0,54	592,72	1751,13

12	0.5	690	0,76	0,39	0,36	1051,42	2209,82
		355	1,00	0,74	0,70	473,51	1631,92
		460	0,93	0,57	0,54	905,23	2063,64
		690	0,76	0,38	0,36	1590,45	2748,86
	0.25	355	1,00	1,01	0,93	0,00	1668,10
		460	0,93	0,78	0,72	346,34	2014,44
		690	0,76	0,52	0,48	848,13	2516,23
	0.5	355	1,00	0,98	0,93	80,01	1748,11
		460	0,93	0,76	0,72	540,83	2208,93
		690	0,76	0,50	0,48	1289,78	2957,89

**Tabla 6.11.** Resultados de FRD\* obtenidos utilizando las tensiones obtenidas de los modelos de barras introducidas en el modelo propuesto por Chacón, 2009.

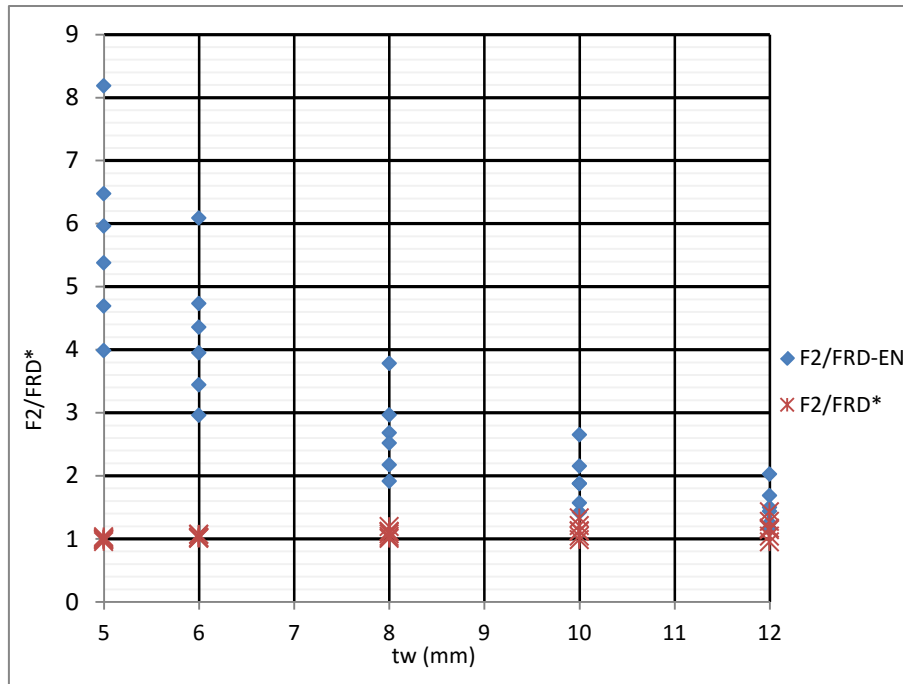
En la tabla 6.11, se confirma que el método de cálculo planteado por Chacón, 2009 se asemeja bastante a lo observado en los modelos numéricos descritos en los apartados 6.1 a 6.3 en particular cabe destacar los siguientes puntos:

- Los valores de resistencia adicional  $\Delta F_f$  aumentan a medida que se aumenta el límite elástico del material de ala. Debido a que la resistencia adicional la desarrolla el ala, un ala que tenga mayor reserva de resistencia al alcanzar la pérdida de linealidad, tendrá mayor capacidad de desarrollar resistencia adicional.
- Las vigas con mayores espesores de alma desarrollan menos resistencia adicional  $\Delta F_f$  que las vigas con menores espesores de alma, debido a que como ya se ha explicado anteriormente, el nivel de tensiones en el ala en el momento de pérdida de linealidad es directamente proporcional al espesor del alma. Nótese que para el caso particular de vigas de 12mm de espesor de alma y  $f_{yf}=355$  la resistencia adicional se considera nula, debido a que el alma ha plastificado para la pérdida de linealidad. Esto se corresponde con lo observado en la tabla 6.6 para vigas robustas. Como se comentó, aunque las vigas de 12mm de espesor aún dan resultados satisfactorios, en algunos casos su comportamiento se asemeja más al de vigas robustas que al de moderadamente esbeltas.
- Las vigas con mayor relación  $S_s/a$  o lo que es lo mismo, mayor tamaño de apoyo, tienden a desarrollar mayor resistencia adicional  $\Delta F_f$ . Esto corresponde exactamente a lo observado en todos los modelos numéricos del estudio paramétrico.

Por último, y de modo de tener una idea clara acerca de la precisión que se obtiene al aplicar el método de Chacón, con los datos de tensiones extraídos de un análisis global estático lineal de un modelo de barras, es necesario establecer una comparación entre los resultados obtenidos de los modelos numéricos con los obtenidos mediante la aplicación del método. En la tabla 6.12 se muestran los resultados de  $F_{RD}$  obtenidos para cada uno de los grupos de vigas de tres maneras diferentes: mediante el uso de la normativa ( $F_{RDEN-1993-1-5}$ ), mediante el uso de modelos numéricos ( $F_2$ ) y mediante el uso del método aquí planteado ( $F_{RD}^*$ ).

Grupo	$t_w$	$S_s/a$	$f_{yf}$	$F_{RD-EN-1993-1-5}$	$F_2$	$F_{RD}^*$	$F_2/F_{RD-EN-1993-1-5}$	$F_2/F_{RD}^*$
	mm		N/mm <sup>2</sup>	kN	kN	kN	1993-1-5	
Muy esbeltas	5	0.25	355	289,60	1155,56	1118,37	3,99	1,03
			460		1359,64	1368,25	4,69	0,99
			690		1726,85	1741,95	5,96	0,99
		0.5	355		1557,34	1539,20	5,38	1,01
			460		1876,14	1913,53	6,48	0,98
			690		2370,61	2473,05	8,19	0,96
	6	0.25	355	417,03	1235,90	1157,55	2,96	1,07
			460		1437,31	1413,95	3,45	1,02
			690		1818,72	1801,95	4,36	1,01
		0.5	355		1648,83	1536,10	3,95	1,07
			460		1975,45	1920,08	4,74	1,03
			690		2539,38	2500,74	6,09	1,02
Moderadamente esbeltas	8	0.25	355	741,38	1419,56	1280,02	1,91	1,11
			460		1612,02	1551,35	2,17	1,04
			690		1988,76	1972,05	2,68	1,01
		0.5	355		1868,40	1561,87	2,52	1,20
			460		2199,36	1967,93	2,97	1,12
			690		2807,23	2596,95	3,79	1,08
	10	0.25	355	1158,40	1651,26	1462,45	1,43	1,13
			460		1822,70	1751,13	1,57	1,04
			690		2176,15	2209,82	1,88	0,98
		0.5	355		2173,13	1631,92	1,88	1,33
			460		2495,00	2063,64	2,15	1,21
			690		3073,99	2748,86	2,65	1,12
	12	0.25	355	1668,10	1951,57	1668,10	1,17	1,17
			460		2097,08	2014,44	1,26	1,04
			690		2399,85	2516,23	1,44	0,95
		0.5	355		2502,27	1748,11	1,50	1,43
			460		2816,16	2208,93	1,69	1,27
			690		3385,26	2957,89	2,03	1,14

**Tabla 6.12.** Resultados de  $F_{RD-EN-1993-1-5}$ ,  $F_2$  y  $F_{RD}^*$  obtenidos para cada una de las vigas.

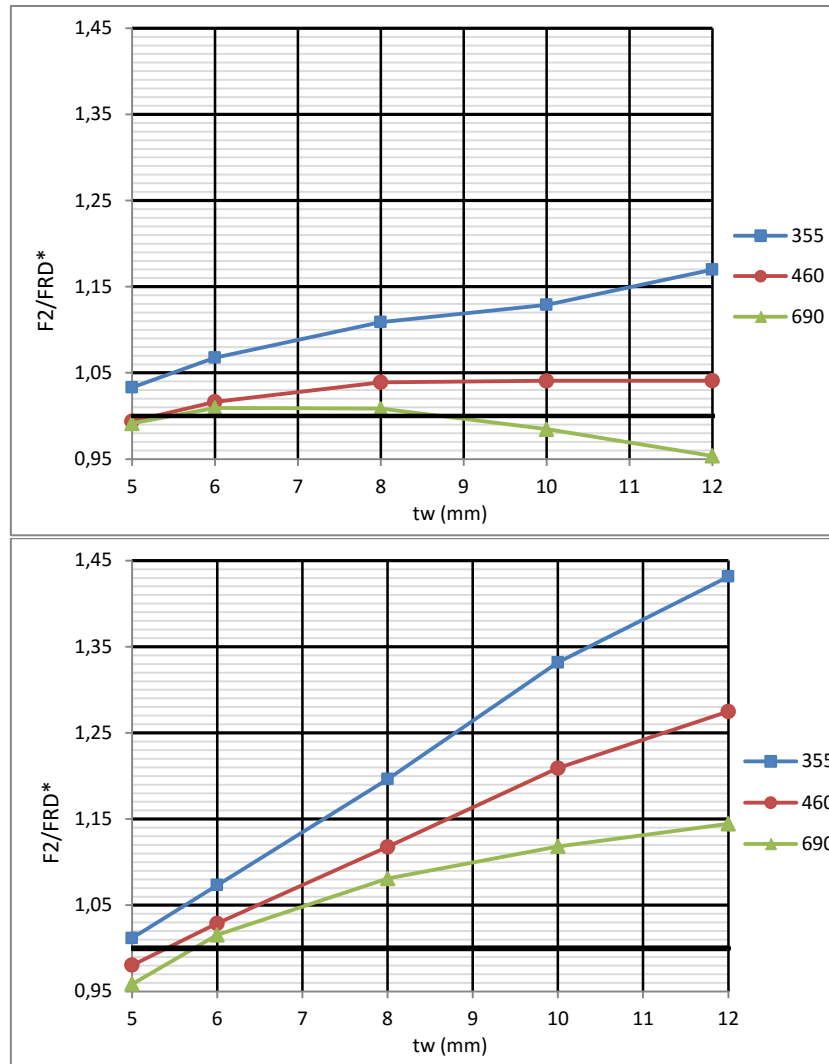


**Figura 6.15.** Dispersión de los valores de  $F_{RD-EN}$  y  $F_{RD}^*$  vs.  $F_2$  para las vigas estudiadas.

La tabla 6.12 muestra cómo absolutamente en todos los casos estudiados el valor de  $F_{RD}^*$  se ajusta mucho mejor que  $F_{RD-EN-1993-1-5}$  al valor de  $F_2$ . Siendo la viga con 12mm de espesor de alma,  $f_y=355$  y  $S_s/a=0.25$  el único de todos los casos en el que ambos métodos arrojan el mismo resultado, debido a que como ya se observó en la tabla 6.10 para este caso particular el alma ha plastificado al alcanzar  $F_1$  por lo que no existe resistencia adicional. Para tener una idea más clara de cómo se ajusta cada una de las dos formulaciones al valor de  $F_2$  se presenta en la figura 6.15 un gráfico de dispersión para todos los casos estudiados. En el gráfico se observa cómo la aplicación del método de Chacón (rojo) predice satisfactoriamente el valor de  $F_2$ , manteniéndose siempre del lado de la seguridad. Se observa también que para las vigas muy esbeltas el ajuste es mejor, mientras que para las moderadamente esbeltas la tendencia se va inclinando ligeramente hacia el lado de la seguridad. Por otro lado se observa cómo la normativa subestima muy notablemente la capacidad de las vigas, teniendo una tendencia exponencial que va decreciendo a medida que la viga se hace más robusta. Esto tiene sentido dado el hecho de que la normativa le otorga toda la responsabilidad de resistencia a cargas concentradas al alma, por lo que a medida que el alma es más rígida, el resultado se parece más a la realidad.

Una vez confirmado que el modelo aquí planteado arroja resultados satisfactorios para todos los casos estudiados, se hace necesario evaluar la influencia de los demás parámetros del estudio, de manera de entender si éstos se encuentran bien calibrados en la formulación.

En primer lugar, para evaluar la influencia de la hibridez de la pieza, se presentan en la figuras 6.16a y 6.16b, en las cuales se comparan los valores de  $F_{RD}^*/F_2$  para cada una de las calidades de acero del ala estudiadas por separado y para cada uno de los dos tamaños de apoyo.



**Figura 6.16.** Valores de  $F2/FRD^*$  para cada uno de los aceros de ala utilizados para una relación  $ss/a$  de 0.25 (a) y  $ss/a$  0.5 (b)

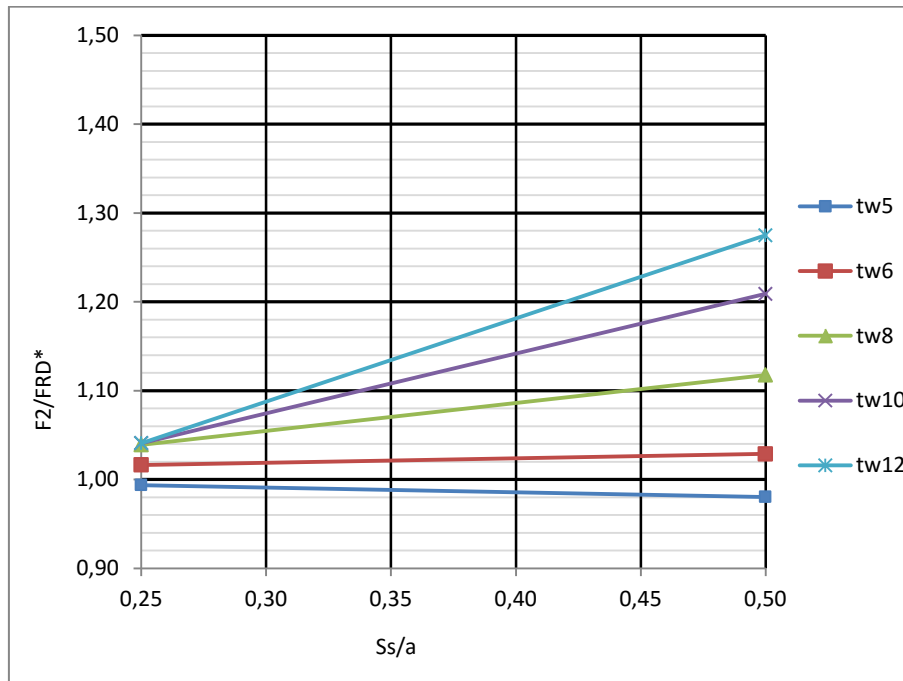
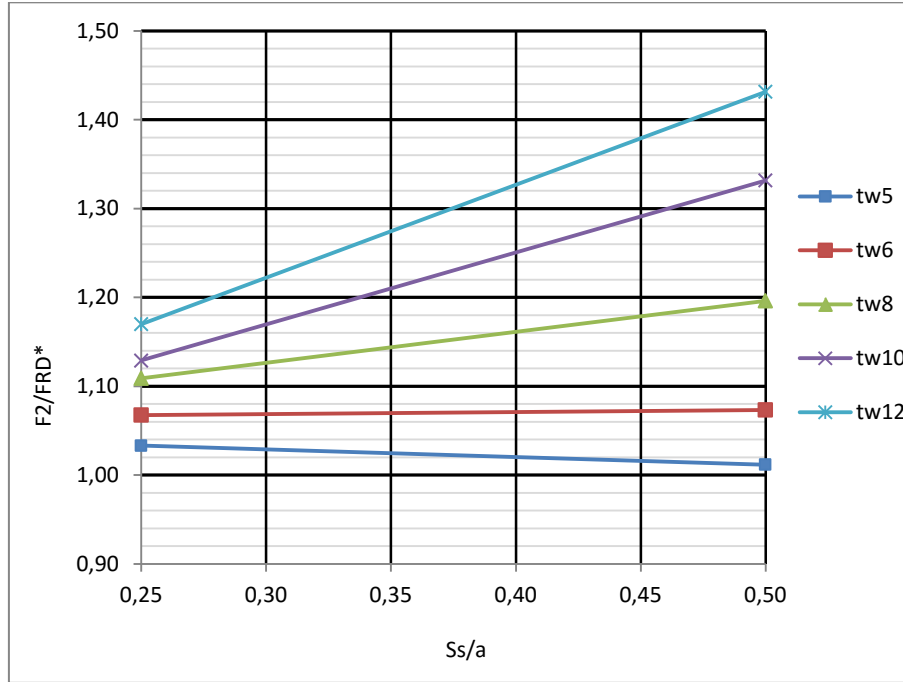
En las figuras 6.16 a y 6.16 b se puede observar cómo a medida que el grado de hibridez de la pieza disminuye, el resultado se va desplazando cada vez más hacia el lado de la seguridad para todos los casos estudiados, lo cual parece indicar que el valor del factor de hibridez  $\kappa$  (ecuación 2.19) cumple de manera satisfactoria con su labor de limitar el aporte que un mayor límite elástico del ala da a la resistencia frente a cargas concentradas para mantenerse en general del lado de la seguridad.

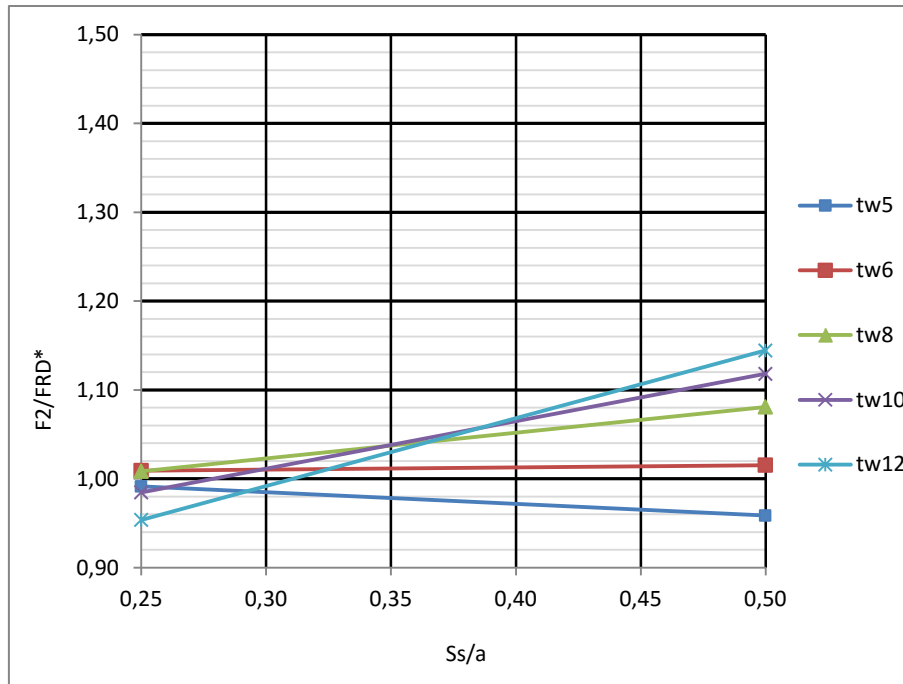
Sin embargo, una reflexión más relevante que aparece con la detallada observación de las figuras anteriores es el hecho que, a pesar que la fórmula de resistencia adicional está diseñada para tomar en cuenta el tamaño del apoyo, al aplicar la metodología explicada en este apartado, se obtienen resultados bastante más conservadores para la relación  $Ss/a$  de 0.50 que para la de 0.25. Esto parece indicar que como el modelo de barras no logra reproducir de manera realista el tamaño de apoyo existente, extraer de él las tensiones en el ala está introduciendo un error en la formulación que tiende a subestimar la influencia que un mayor tamaño de apoyo tiene en aumentar la resistencia última de las vigas frente a cargas concentradas. Previamente, la figura 6.14 ya apuntaba a que esto ocurriría ya que observándola se puede apreciar cómo las tensiones obtenidas con el modelo de barras en el



apoyo interno (0.25) se ajustan mejor en todos los casos a las tensiones del modelo de *shells* que las obtenidas para el apoyo externo (0.50).

Para investigar esto con más detalle, y tratar de entender la tendencia, se presentan en las figuras 6.17 a, 6.17 b y 6.17 c los valores de  $F_2/F_{RD}^*$  en contraposición a cada tamaño de apoyo para cada uno de los espesores de alma estudiados.





**Figura 6.17.** Valores de  $F2/FRD^*$  para los diferentes tamaños de apoyo. Cada gráfico corresponde a cada uno de los  $\gamma_{f2}$  considerados: 355(a), 460(b), 690(c).

Las figuras 6.17 a, 6.17 b y 6.17 c confirman de manera más clara lo observado previamente, a medida que el tamaño del apoyo aumenta, en general, el resultado obtenido mediante la formulación tiende a moverse hacia el lado de la seguridad. Es interesante notar sin embargo, que existe una diferencia clara entre la tendencia de las vigas que se han clasificado como muy esbeltas (tw5 y 6) y las que se han clasificado como moderadamente esbeltas (tw 8, 10 y 12).

- Para las vigas muy esbeltas la tendencia es básicamente plana, es decir, los valores obtenidos para tamaños de apoyo de 0.25 y 0.50 se ajustan prácticamente igual al valor de  $F2$ .
- Para las vigas moderadamente esbeltas la tendencia es creciente y además se puede observar cómo a medida que se aumenta la robustez de la viga la pendiente se hace cada vez mayor. Observando esto se puede intuir que el error introducido debido al tamaño del apoyo es mayor a medida que la viga es más robusta.

## 6.5. Resumen.

En este capítulo se han analizado todos los resultados obtenidos de los modelos numéricos realizados y de la aplicación de la formulación planteada por Chacón, 2009. En primer lugar se analizaron en detalle los resultados obtenidos mediante un análisis no lineal incremental en modelos numéricos realistas con elementos tipo *shells*. Para esto se dividieron las vigas analizadas en tres grupos básicos: vigas muy esbeltas, moderadamente esbeltas y robustas.

Las vigas muy esbeltas engloban los espesores de alma de 5 y 6 mm lo cual representa un rango de esbelteces desde 250 hasta 300. Se presentaron diagramas de la respuesta estructural del tipo fuerza desplazamiento y fuerza tensiones y se pudo observar con claridad que el comportamiento coincide con los modelos de fallo estudiados previamente en el

capítulo 2, apareciendo una primera pérdida de linealidad al plastificar el alma y posteriormente formándose un mecanismo de 4 rótulas plásticas en el ala cargada.

Las vigas moderadamente esbeltas corresponden a los espesores de alma de 8, 10 y 12 mm. Esto representa un rango de esbelteces desde 188 hasta 125. De nuevo se presentaron diagramas de respuesta estructural y se estudió el mecanismo de fallo encontrándose también que el comportamiento continúa correspondiendo al observado por estudios previos. Sin embargo se observó también cómo el estado tensional en el ala que desarrolla el mecanismo en el momento de pérdida de linealidad es bastante mayor, encontrándose incluso algún caso en el que el ala ha plastificado puntualmente, pudiendo desarrollar muy poca resistencia adicional. Como se ha comentado, estos tres espesores presentan un comportamiento muy similar entre ellos sin embargo, y como es lógico, las vigas con almas de 8 mm tienden a asemejarse a las muy esbeltas mientras las de 12 tienden a hacerlo a las robustas.

Las vigas robustas que se han considerado tienen un espesor de alma de 15 mm lo cual es equivalente a una esbeltez de 100. Para estas vigas el comportamiento observado difiere del de las dos anteriores. Al ser el alma tan rígida, la pérdida de linealidad al plastificar ocurre muy avanzado el proceso de carga lo cual hace que el ala cargada también plastifique en ese momento. Al ocurrir esto, el mecanismo de 4 rótulas plásticas no logra formarse adecuadamente y el fallo que ocurre es una combinación de varios fenómenos. Por esta razón este grupo de vigas no se han considerado en los estudios posteriores.

Del estudio de estos tres grupos de vigas se observa que los parámetros que tienen una influencia importante en la resistencia frente a cargas concentradas son el espesor del alma, el límite elástico del ala y el tamaño del apoyo mientras que el espesor de los rigidizadores no tiene prácticamente ninguna influencia.

Una vez entendido esto, se ha procedido a realizar un análisis global elástico en modelos de barras con una carga lineal que genera una reacción en el apoyo equivalente al valor normativo  $F_{RD-EN-1993-1-5}$ . Estos modelos representan de manera muy simplificada las geometrías estudiadas anteriormente y en ellos no se considera ni el tamaño del apoyo ni los rigidizadores ni el grado de hibridez de la pieza. Se han extraído los valores de tensiones en el ala cargada en los puntos de interés (apoyo y primer rigidizador) y se han empleado estos valores para calcular el valor de  $F_{RD}^*$  aplicando la formulación de Chacón, 2009. Se han comparado los resultados obtenidos con los resultados de  $F_{RD-EN-1993-1-5}$  y se ha visto como en todos los casos el método se ajusta mucho mejor al valor de  $F_2$  quedando siempre del lado de la seguridad. Por último se ha estudiado la influencia de los distintos parámetros en la predicción del valor  $F_{RD}^*$ . Se ha observado que para las vigas más robustas el valor tiende a moverse ligeramente hacia el lado de la seguridad. Por otra parte las vigas con menor grado de hibridez también tienden ligeramente más hacia el lado de la seguridad que las más híbridas. Sin embargo en ambos casos los resultados se ajustan satisfactoriamente bien. El parámetro que se ha observado genera mayor distorsión en los resultados es el tamaño de apoyo encontrándose que para mayores tamaños de apoyo la predicción tiende más hacia el lado de la seguridad. Esta tendencia no se ha podido establecer con claridad dado que varía para cada espesor de alma.

## 7. CASO DE ESTUDIO.

De modo de poner a prueba el método de cálculo planteado y cuantificar de qué manera la aplicación del mismo puede influir en el dimensionado final de un proyecto real de puente construido por empujes sucesivos, se ha planteado como objetivo final el análisis de un caso real. Para ello y gracias a la colaboración con el Ingeniero Luis B. Fargier-Gabaldón que generosamente facilitó toda la información necesaria, se ha escogido el puente proyectado en el año 2015 por la empresa venezolana Diseño y Construcciones Integrados sobre el Río Tuy, en la Autopista de Oriente, en el estado Miranda de la República de Venezuela.

El puente se encuentra situado en el tramo 4 (Las Lapas-Rio Chico) de la nueva Autopista de Oriente Estado Miranda y salva el cruce de la nueva autopista con el Río Tuy.



Figura 7.1. Imágenes de satélite de la ubicación del puente proyectado.

### 7.1. Descripción del proyecto

Se trata de un puente de 5 vanos con una longitud total de 160 metros. Los dos vanos extremos a cada lado del puente tienen 25 metros de luz y están resueltos mediante vigas de hormigón pretensado sobre pilas de hormigón armado. Al no encontrarse directamente sobre el agua resulta más económico construirlos mediante métodos tradicionales. El tramo central de 60 metros de luz es el que se encuentra directamente sobre el agua por lo que se ha resuelto mediante vigas metálicas armadas de alma llena y se ha proyectado su construcción mediante empujes sucesivos desde el estribo oeste.

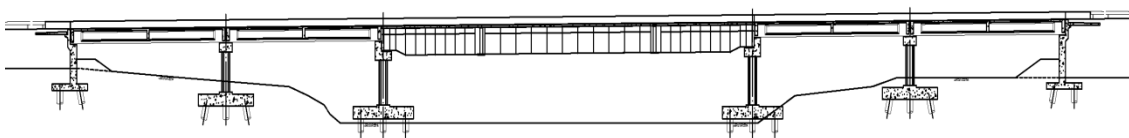


Figura 7.2. Vista longitudinal del puente.

La viga metálica central se ha proyectado en su configuración final como biapoyada sobre las pilas de hormigón y se trata de una viga en I de sección variable y rigidizada tanto longitudinal como transversalmente. La viga es simétrica respecto al centro y prácticamente en toda su

longitud tiene un canto de 3 metros reduciéndose en las zonas cercanas a los apoyos de manera de poder calzar sobre las ménsulas de hormigón armado que sirven de apoyo. Se trata de una viga densamente rigidizada o con rigidizadores poco espaciados debido a que la relación  $a/hw$  es siempre menor a 1.

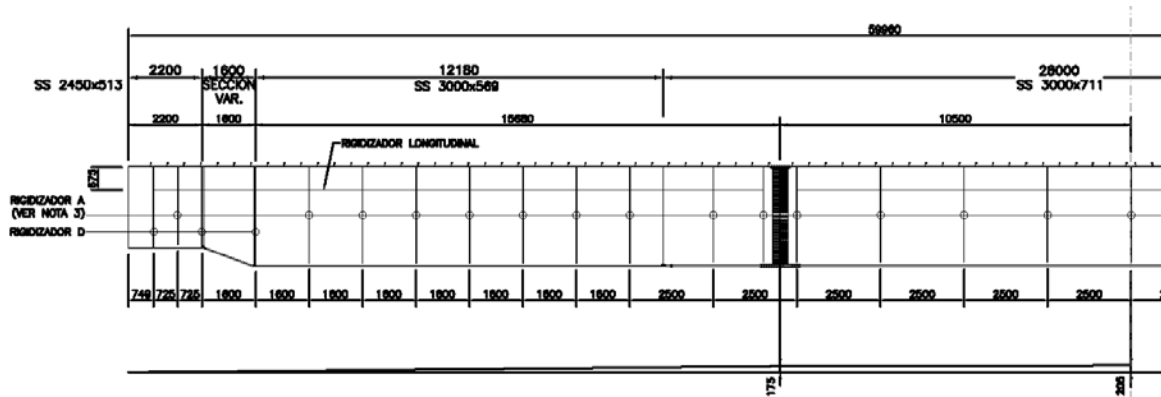


Figura 7.3. Vista longitudinal de media viga metálica

Como se observa en la figura 7.3 la viga se encuentra dividida en distintos sectores en los cuales varían las dimensiones de la sección transversal (particularmente el ancho y espesor del ala inferior) así como la separación entre rigidizadores transversales. La zona central tiende a tener mayores dimensiones de ala inferior y rigidizadores más espaciados mientras que las secciones cercanas a los apoyos tienen menores dimensiones de ala inferior y mayor densidad de rigidizadores (ver figura 7.4). Esta configuración responde estrictamente al comportamiento que tendrá la viga en configuración final (mayores momentos flectores en la zona central y mayores esfuerzos cortantes en las zonas cercanas a los apoyos).

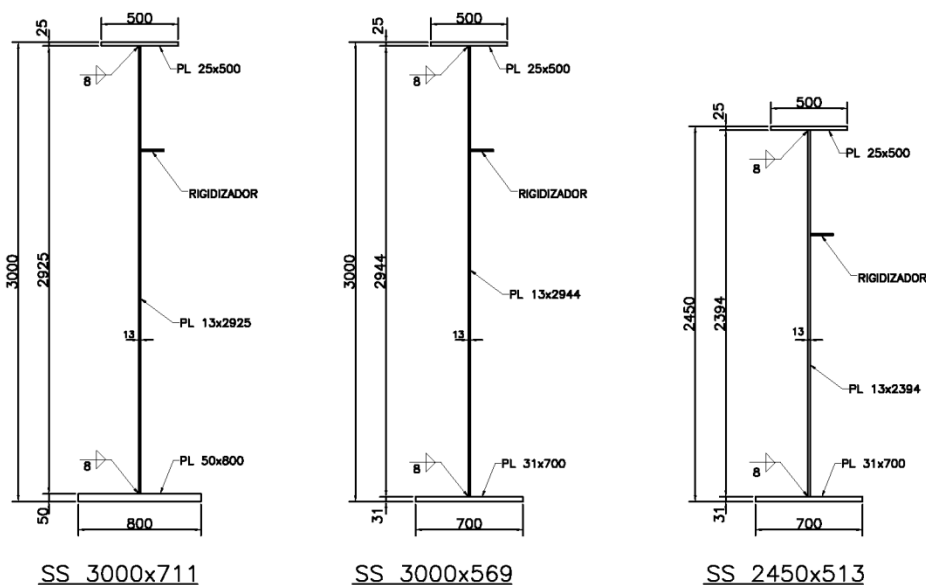
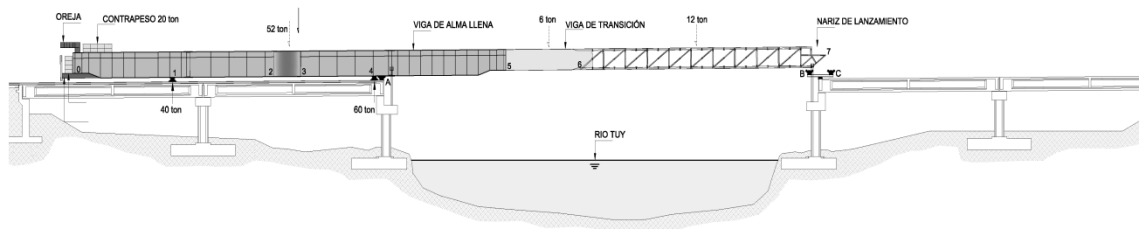


Figura 7.4. Secciones transversales central, lateral y de apoyo correspondientemente de la viga

Como se ha comentado anteriormente la viga metálica se ha proyectado para ser instalada mediante empujes sucesivos. Se ha podido contar con los planos esquemáticos del proceso de

lanzamiento previsto de manera de poder evaluar la situación más desfavorable desde el punto de vista de carga concentrada. A grandes rasgos el procedimiento previsto es el siguiente.

La viga metálica se armará en su totalidad en el extremo oeste del puente sobre los dos primeros tramos de hormigón que se construirán previamente. Una vez armada se instalará una viga de transición y una nariz de lanzamiento aligerada en el extremo de la viga y se irá empujando sobre el río y corrigiendo las deformaciones hasta alcanzar el extremo este a 60 metros de distancia. La luz máxima en voladizo que tendrá la viga armada justo antes que la nariz alcance el extremo este es de aproximadamente 21 metros.



**Figura 7.5.** Vista longitudinal del lanzamiento en el momento que la nariz alcanza el apoyo este.

## 7.2. Análisis

El modelado y análisis de este caso se ha ejecutado siguiendo exactamente los mismos pasos explicados en los capítulos anteriores para los modelos teóricos, de manera de poder obtener resultados consistentes. En primer lugar se ha realizado un modelo numérico tridimensional de elementos finitos tipo *Shell* con el cual se pretende encontrar la capacidad última de la viga a cargas concentradas del tipo *patch loading*, denominada en este trabajo como  $F_2$ . Posteriormente se ha realizado un modelo lineal de barras con la misma geometría y condiciones de contorno que el modelo anterior del cual se pretenden extraer los valores de tensiones en el ala a utilizar en la formulación. Con los resultados de ambos modelos se ha aplicado la formulación planteada por Chacón y corroborada en este trabajo y se han comparado los resultados obtenidos.

### 7.2.1. Modelo de shells.

El modelo se ha realizado siguiendo exactamente las mismas consideraciones que en los modelos teóricos explicados en capítulos anteriores. A continuación se repasan de manera breve dichas consideraciones.

- Se ha utilizado un elemento finito cuadrilátero de 4 nodos con integración reducida S4R.
- Se han considerado las imperfecciones geométricas mediante un primer análisis de autovalores del tipo *Buckle* del cual se considera el primer modo de pandeo con una magnitud equivalente a  $0.80 \cdot t_w$ .
- Se han tenido en cuenta las imperfecciones estructurales en forma de tensiones residuales utilizando el mismo modelo simplificado explicado en el apartado 4.2.

- Se ha utilizado el mismo tamaño de elemento de 75x75mm aunque cabe acotar que debido a que la geometría de este modelo presenta variaciones longitudinales, no ha sido posible obtener una malla estructurada para todo el modelo.
- Se han aplicado los mismos pasos de cálculo que en los modelos teóricos: un primer análisis estático no lineal en el cual entran en juego las imperfecciones geométricas y estructurales, un segundo análisis estático lineal en el cual la viga recibe la carga debido al peso propio y un tercer análisis no lineal incremental del tipo Riks con un total de 50 incrementos en el cual la carga sobre la viga se aumenta de manera progresiva.

Por otro lado, y dado que el objetivo del análisis es estudiar la viga frente a cargas concentradas, es necesario destacar que se han hecho simplificaciones sobre el caso real que permitan obtener resultados sobre el fenómeno sin distorsiones o interacciones con otros modos de fallos pero que a su vez no comprometan el grado de realismo del modelo. Dichas simplificaciones son las siguientes:

- No se ha tenido en cuenta el rigidizador longitudinal proyectado en la sección real del puente.
- Dado que se ha mostrado que el espesor de los rigidizadores no juega un papel fundamental en la reserva adicional de resistencia se ha considerado un solo tipo de rigidizador transversal a lo largo de toda la viga.
- No se ha modelado la sección de apoyo en la cual el canto es menor a los 3 metros del resto de la viga.
- Se ha modelado la configuración estática durante el lanzamiento que se ha juzgado como la más favorable desde el punto de vista de *patch loading* y se han sustituido los distintos apoyos y contrapesos traseros de la zona de empuje por un empotramiento en el primer apoyo. (Ver figura 7.6.)

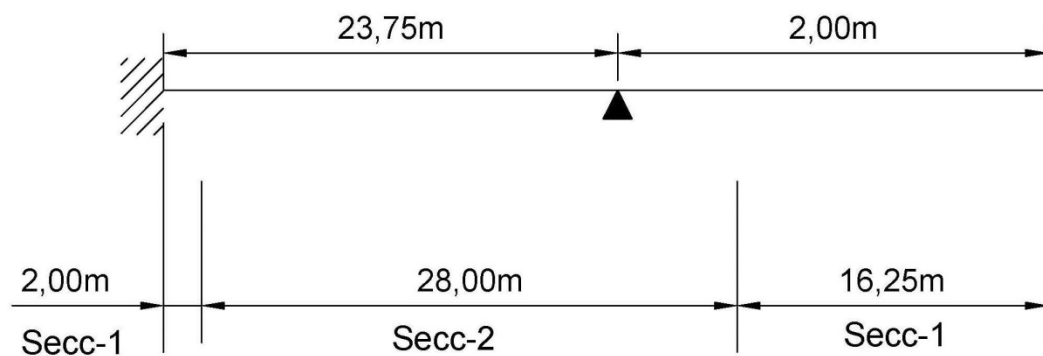


Figura 7.6. Esquema estructural y tipos de sección transversal considerados.

Los datos geométricos de cada una de las secciones transversales así como del material utilizado fueron obtenidos directamente de los planos estructurales suministrados. En la tabla 7.1 se detallan los datos más relevantes para el modelo.

Sección	S-1	S-2
$b_{f \text{ superior}} \text{ (mm)}$	500	500
$t_{f \text{ superior}} \text{ (mm)}$	25,00	25
$b_{f \text{ inferior}} \text{ (mm)}$	700	800
$t_{f \text{ inferior}} \text{ (mm)}$	31	50
$t_w \text{ (mm)}$	13	13
$h \text{ (mm)}$	3000	3000
$a \text{ (mm)}$	1600	2500
$f_{yf} \text{ (mm)}$	350	350
$f_{yw} \text{ (N/mm}^2\text{)}$	350	350

Tabla 7.1. Datos de las secciones transversales.

En cuanto a las propiedades geométricas de la viga es importante destacar que todos los parámetros encajan dentro de los establecidos en el estudio teórico del capítulo anterior.

- El tamaño del apoyo  $S_s$  en este caso es de 800mm lo cual equivale a un valor  $S_s/a$  igual 0,32 encontrándose dentro del intervalo 0,25/0,50 estudiado en el análisis paramétrico.
- La relación  $(h_w/t_w)/(b_f/t_f)$  para la sección transversal del apoyo S-2 tiene un valor de 14,4 lo cual cumple con el valor mínimo de 12,5 planteado en la ecuación (5.1) del capítulo 5.
- La esbeltez tiene un valor de 230 lo cual coloca a la viga en un rango intermedio entre las muy esbeltas ( $\geq 250$ ) y las moderadamente esbeltas ( $\leq 187$ ). Para ambos rangos de esbeltez se ha garantizado en el capítulo anterior la formación del mecanismo de cuatro rótulas plásticas que permite desarrollar resistencia adicional.

### 7.2.2. Modelo de barras.

De la misma manera que el modelo de *shells*, el modelo de barras se ha realizado siguiendo exactamente las mismas consideraciones que en los modelos teóricos explicados en capítulos anteriores. A continuación se repasan brevemente.

- Se ha utilizado un elemento finito lineal de 2 nodos que toma en cuenta las deformaciones por cortante B31.
- No se han considerado las imperfecciones geométricas ni estructurales.
- Se ha realizado un único paso de análisis. Un análisis lineal global elástico de la estructura con una carga lineal aplicada que genera una reacción vertical resultante en el apoyo equivalente a  $F_{RDEN1993-1-5}$ .
- Se modeló la misma geometría y condiciones de apoyo que en el caso de *shells* pero sin tomar en cuenta los rigidizadores ni el tamaño del apoyo.

### 7.3. Resultados.

Después de realizar el análisis explicado anteriormente, se procedió a extraer los resultados más significativos que permiten entender el comportamiento de la viga frente a cargas



concentradas. Se busca encontrar el mismo comportamiento que en los casos teóricos estudiados en el capítulo anterior y en caso de confirmarlo, proceder al cálculo de la resistencia adicional. Los gráficos mostrados a continuación muestran la respuesta estructural de la viga a medida que la carga aplicada va incrementándose.

En primer lugar la figura 7.7 presenta un diagrama fuerza-desplazamiento, donde la fuerza se refiere a la reacción vertical en el apoyo y el desplazamiento es el desplazamiento vertical del nodo de intersección entre el alma, el ala inferior y el rigidizador más cercano al apoyo.

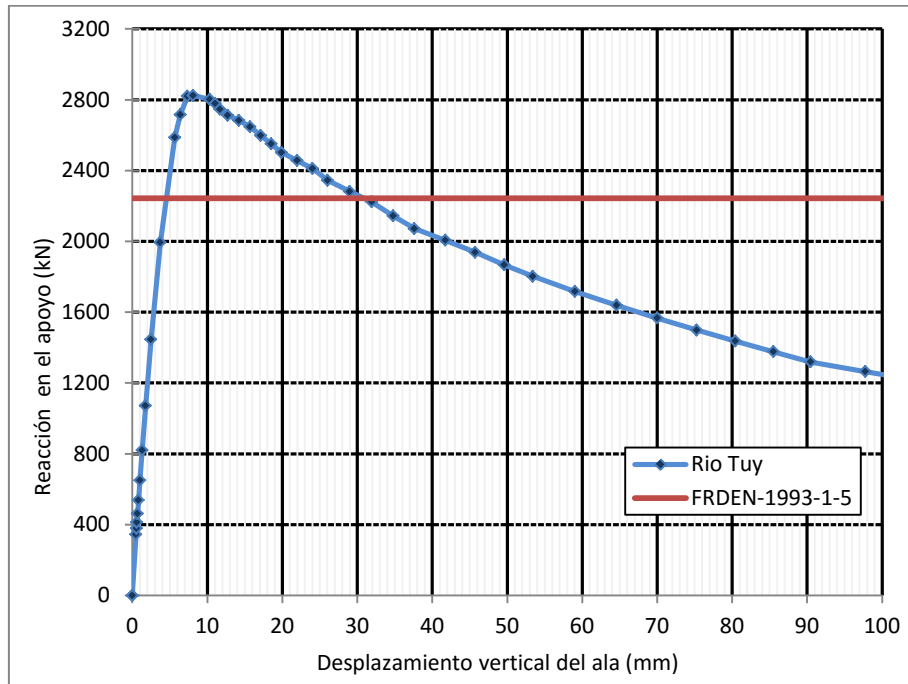


Figura 7.7. Respuesta fuerza-desplazamiento de la viga.

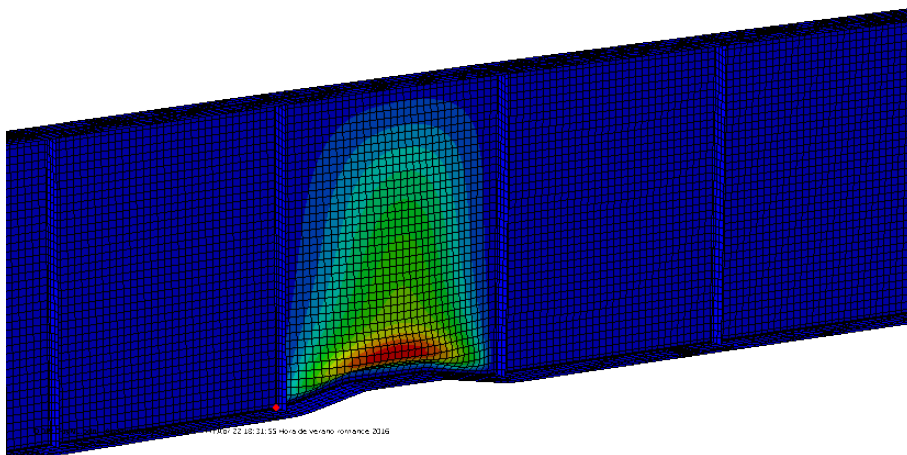


Figura 7.8. Deformada final de la viga. El nodo marcado en rojo es el nodo del cual se han obtenido los desplazamientos verticales. La escala de colores indica el desplazamiento del alma fuera del plano.

Al igual que en los modelos teóricos estudiados previamente la gráfica muestra una temprana pérdida de linealidad y una resistencia adicional a la prevista por la formulación de la normativa graficada con una línea roja.

La figura 7.9 corresponde a un diagrama de respuesta fuerza-tensión. Considerando la misma fuerza que en el caso anterior, y la tensión en la dirección longitudinal del ala inferior, particularmente en la zona inmediatamente después del apoyo en la cual el modelo prevé la formación de la rótula plástica interna.

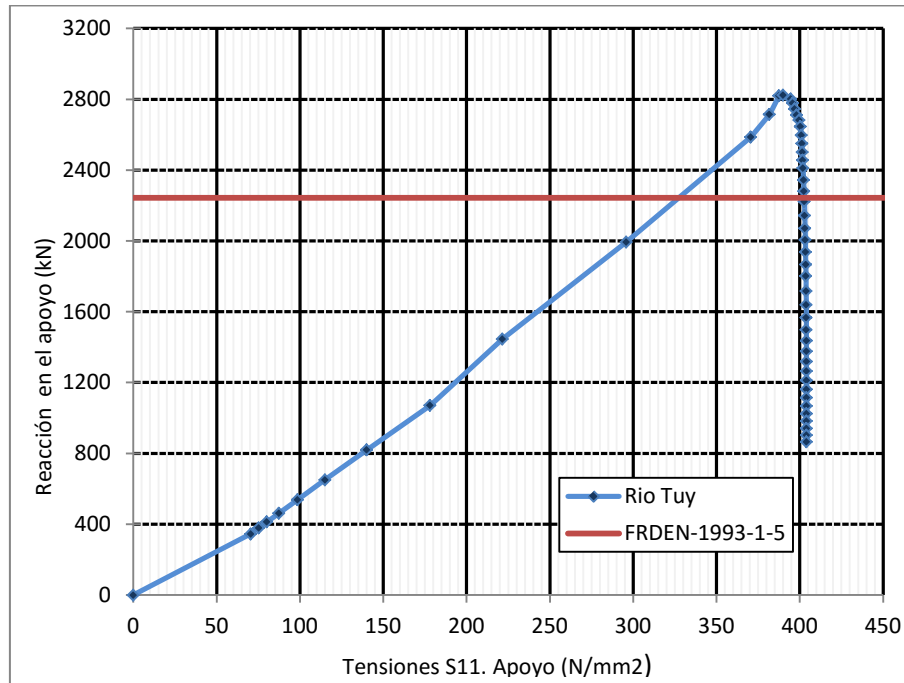
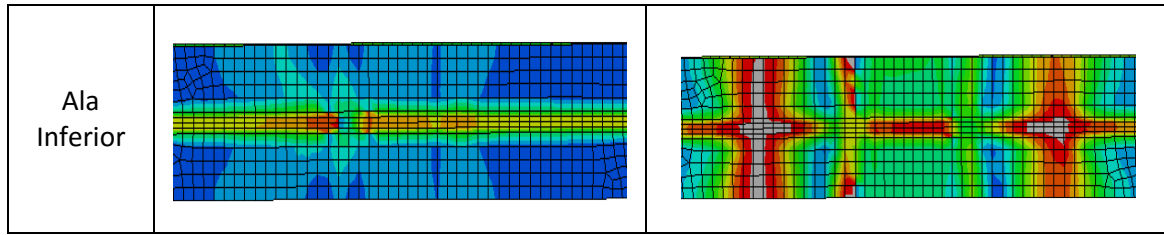


Figura 7.9. Respuesta fuerza-tensión en el ala de la viga.

De nuevo la respuesta de la viga se corresponde con el modelo de fallo planteado así como con los observados en las vigas del capítulo anterior. Observamos una primera pérdida de linealidad temprana, luego de la cual las tensiones en el ala siguen creciendo de forma aproximadamente lineal hasta que alcanzan un punto (mayor a  $F_{RDEN1993-1-5}$ ) a partir del cual la pendiente cambia bruscamente hasta alcanzar el valor de  $F_2$ . Este punto de cambio brusco coincide con la plastificación de la rótula interna. En la tabla 7.2 se aprecian de manera gráfica los estados tensionales del alma y del ala inferior en los momentos de pérdida de linealidad  $F_1$  y carga última  $F_2$ .

Posición	INC 9/F1	INC 13/F2
Alma		



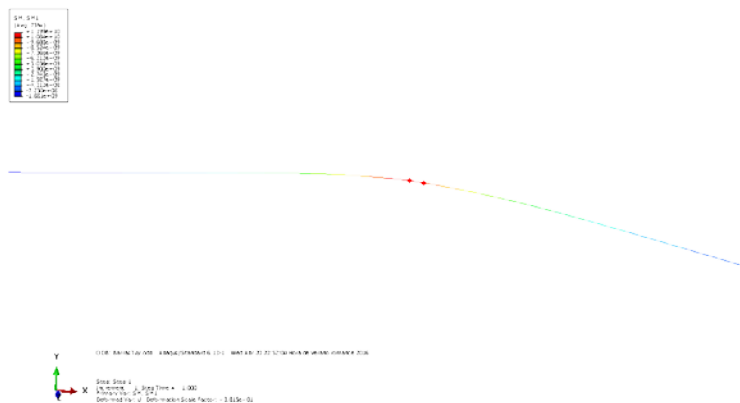
**Tabla 7.2.** Tensiones de Von Mises en el ala inferior y alma de una de las vigas del grupo robustas para la pérdida de linealidad  $F_1$  y carga última  $F_2$ .

La tabla 7.2 confirma que la viga tiene el comportamiento esperado. Se observa para  $F_1$  que el alma ha plastificado mientras que el ala aún tiene suficiente capacidad adicional restante. Posteriormente para  $F_2$ , se observa cómo el alma se encuentra aún más plastificada mientras que el ala inferior ha desarrollado rótulas plásticas en las intersecciones con los rigidizadores y en la zona adyacente al apoyo.

Una vez confirmada la hipótesis de que la viga trabaja acorde al modo observado para vigas con rigidizadores poco espaciados sometidas a cargas concentradas y que la carga última de fallo  $F_2$  es mayor que la carga obtenida utilizando la formulación normativa resulta pertinente revisar qué resultados se obtienen utilizando la formulación de Chacón (2009). Para esto, de manera de poner a prueba la metodología propuesta y como ya se ha explicado en el capítulo anterior se ejecutan los siguientes pasos:

Obtención de manera directa de los momentos flectores actuantes en los nodos de interés correspondientes a un análisis global elástico lineal con una carga aplicada que genera una reacción en el apoyo igual a  $F_{RDEN1993-1-5}$  (ver figura 7.12).

Una vez extraídos los momentos se utilizan las propiedades estáticas de la sección para calcular las tensiones actuantes en las rótulas internas y externas del ala inferior (tabla 7.3).



**Figura 7.12.** Momentos del modelo de barras. Los dos nodos seleccionados representan el nodo del apoyo y el del rigidizador.

	Apoyo	Rigidizador
$MF_{RD-tw13}(N.mm)$	11592400000	10657000000
$\sigma_f (N/mm^2)$	98,834	90,859
$\chi_f$	0,608	0,559

**Tabla 7.3.** Estado tensional del ala inferior obtenido utilizando el modelo de barras.

Al ser los valores de  $\chi_f$  menores a 1,00 como es de esperar de lo observado en las figuras 7.7 y 7.9, se puede concluir que la viga aún tiene reserva de resistencia adicional a desarrollar y se procede a calcularla. La tabla 7.4 detalla los resultados obtenidos y de ella podemos destacar cómo el valor de  $F_{RD}$  calculado mediante este método se adapta notablemente mejor a la realidad obteniéndose un factor de seguridad de 1,09 en contraposición con el método de la normativa, el cual resulta excesivamente conservador obteniéndose un factor de seguridad de 1,26.

$\Delta F_f$ (kN)	$F_{RD-EN}$	$F_{RD*}$	$F_2$	$F_2 / F_{RD-EN}$	$F_2 / F_{RD*}$
342,86	2243,46	2586,32	2823,82	1,26	1,09

**Tabla 7.4.**  $F_{RD-EN}$  obtenida con la formulación de la normativa,  $F_{RD*}$  obtenida con el método planteado en este trabajo comparadas con  $F_2$  obtenida del modelo de *shells*.

Observando esto, se confirma que el método de cálculo de resistencia adicional plantea una mejora significativa respecto al modelo de cálculo de la actual normativa, permaneciendo aún del lado de la seguridad.

Por último se ha querido cuantificar de manera realista la mejora en el diseño que significaría utilizar como hipótesis de partida el método de cálculo planteado en este trabajo para un puente de estas características.

Para ello se ha vuelto a hacer un modelo de barras de idénticas características pero con un espesor de alma de 11 en vez de 13 milímetros y se ha vuelto a aplicar la formulación. En este caso se obtiene un valor de  $F_{RD*}$  de 2129 kN. Comparando este valor con el valor previsto por la normativa para el caso de 13 milímetros de espesor encontramos que la diferencia es de apenas el 4% y dado el hecho de que se ha demostrado que nuestro planteamiento siempre se mantiene del lado de la seguridad, esto permite afirmar; a falta de verificaciones adicionales de flexión o cortante por ejemplo; que de haber diseñado este puente mediante el método aquí planteado, el espesor del alma se podría haber fijado en 11 milímetros sin ningún riesgo de que la viga presentara un fallo frente a cargas concentradas del tipo *patch loading*.

Dicho de otra manera, la utilización del método planteado en este trabajo en el diseño del puente sobre el río Tuy podría significar un ahorro de material equivalente a 47 kilogramos de acero por metro lineal de viga alcanzándose un ahorro total de 2,82 toneladas de acero.

## 8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

### 8.1. Revisión de objetivos.

El objetivo principal de este trabajo de investigación es encontrar una metodología que permita de manera sencilla y rápida obtener los valores de tensiones en el ala cargada de una viga armada con rigidizadores poco espaciados sometida a cargas concentradas para poder introducir dichos valores en la formulación planteada previamente por Chacón y así obtener una resistencia notablemente superior a la prevista actualmente por la normativa EN-1993-1-5. Para ello se plantearon los siguientes objetivos específicos.

- Generar un modelo numérico realista completo con elementos tipo *shell*.
- Generar un modelo de barras simplificado para la misma geometría, situaciones de carga y condiciones de contorno que el modelo de elementos tipo *shell*.
- Realizar un estudio paramétrico para distintos espesores de alma y rigidizador así como diferentes límites elásticos de acero de las alas y diferentes tamaños de apoyo.
- Aplicar la formulación y comparar los resultados con los obtenidos mediante el modelo numérico de elementos finitos.
- Aplicar la metodología estudiada en un caso real de un puente proyectado para ser construido por lanzamientos sucesivos y estudiar la influencia que dicha formulación pudiera tener en el diseño final.

Todos estos objetivos fueron alcanzados durante la realización de este trabajo y a continuación se presentan las conclusiones más significativas.

### 8.2. Conclusiones.

En primer lugar, dado que se ha realizado una modelización realista de la situación más desfavorable durante un lanzamiento de puentes a escala real, el trabajo confirma lo observado previamente en investigaciones que estudian el comportamiento frente a cargas concentradas de vigas armadas con rigidizadores poco espaciados mediante modelos simplificados o a escala reducida. En particular es necesario destacar:

- La respuesta estructural se compone de una primera fase lineal hasta alcanzar un valor  $F_1$  bajo el cual el alma plastifica. Posteriormente el ala cargada es la responsable de desarrollar resistencia mediante la formación de un mecanismo de 4 rótulas plásticas. Esta resistencia adicional depende directamente del estado tensional del ala al alcanzar  $F_1$ .
- Las vigas más esbeltas alcanzan el valor de  $F_1$  notablemente antes que las vigas más robustas y desarrollan mayor resistencia adicional.
- El espesor de los rigidizadores, siempre que se trate de un elemento rígido según los requisitos mínimos del EN-1993-1-5, no tiene prácticamente ninguna influencia en la resistencia última frente a cargas concentradas.
- El grado de hibridez y el tamaño del apoyo influyen notablemente en el valor  $F_2$  de resistencia última frente a cargas concentradas pero no tienen prácticamente ninguna influencia en el valor de pérdida de linealidad  $F_1$  el cual depende únicamente del alma.

- La formulación actualmente presente en la normativa EN-1993-1-5 subestima muy notablemente los valores reales de resistencia última frente a cargas concentradas para el caso de vigas con rigidizadores espaciados una distancia igual o menor a  $l_y$ . Esta subestimación crece exponencialmente con la esbeltez de la viga.
- El comportamiento descrito en todos los puntos anteriores es válido para un rango de esbelteces geométricas de 300 a 125. Para vigas más robustas el modo de fallo comienza a interactuar considerablemente con modos de fallo por cortante y flexión.

En segundo lugar, la utilización de un modelo de barras sometido a un análisis lineal global elástico ha permitido obtener las siguientes conclusiones.

- Las tensiones obtenidas mediante un análisis global elástico difieren de las obtenidas promediando los valores de una franja equivalente de elementos finitos tipo *shell*. Esta variación se encuentra entre un 10% y un 40% y es principalmente debida a que en el modelo de barras no se consideran las tensiones residuales y no se modela adecuadamente el tamaño del apoyo.
- Los valores de  $F_{RD}^*$  obtenidos de aplicar la formulación de Chacón utilizando los valores tensionales extraídos del modelo de barras se ajustan notablemente mejor al valor de carga última  $F_2$  en todos los casos estudiados que los obtenidos utilizando la normativa actual manteniéndose en todos los casos del lado de la seguridad.
- Los valores de  $F_{RD}^*$  obtenidos tienden a estar ligeramente más hacia el lado de la seguridad a medida que las vigas se hacen más robustas.
- Los valores de  $F_{RD}^*$  obtenidos tienden a estar ligeramente más hacia el lado de la seguridad a medida que el grado de hibridez de la pieza es menor.
- En general se observa que los factores correctores debido a la esbeltez y debido a la hibridez presentes en la formulación de Chacón arrojan buenos resultados al introducir las tensiones extraídas de un modelo de barras.
- El modelo de barras no logra reproducir de manera realista el efecto que tiene el tamaño del apoyo en las tensiones en el ala. Debido a esto, los resultados obtenidos para el tamaño de apoyo más pequeño se ajustan mejor a la realidad mientras que los obtenidos para el tamaño de apoyo más grande tienden a desplazarse hacia el lado de la seguridad.
- Utilizar como herramienta de diseño la formulación de Chacón tomando los datos de tensiones en el ala de un modelo de barras cargado para obtener una reacción en el apoyo equivalente a  $F_{RD-EN-1993-1-5}$  permite obtener resultados de resistencia última frente a cargas concentradas notablemente mejores que utilizando EN-1993-1-5 y mantiene los resultados del lado de la seguridad para todos los casos estudiados.

Por último, emplear la metodología aquí planteada en el diseño de un caso real de un puente proyectado para ser construido por empujes sucesivos ha permitido extraer las siguientes conclusiones.

- La metodología aquí presentada representa una manera muy sencilla y rápida de obtener un predimensionado de los espesores de alma a utilizar en un proyecto real.

- Utilizar la metodología aquí planteada en el diseño real de puentes proyectados para ser construidos por empujes sucesivos y cuyas vigas tengan rigidizadores transversales poco espaciados puede representar un ahorro real y significativo de material.
- Si la metodología aquí planteada se hubiese utilizado en el diseño del puente sobre el Río Tuy en Venezuela, se hubiera logrado un ahorro de material de al menos 47 kg de acero por metro lineal de viga. Tomando en cuenta las largas longitudes que suelen tener este tipo de estructuras puede llegar a ser un valor muy significativo.

### **8.3. Recomendaciones para futuras investigaciones.**

Como se ha comentado, el parámetro correspondiente al tamaño del apoyo no está tomado en cuenta en los modelos de barras dado que en estos casos el apoyo es nodal. Debido a esto, la influencia de éste parámetro no se refleja de forma satisfactoria al aplicar la metodología descrita en este trabajo. Se ha encontrado que la tendencia es que mientras mayor es el tamaño del apoyo más del lado de la seguridad se colocan los resultados sin embargo, esta tendencia no es igual para todos los espesores de alma estudiados. Por esta razón se considera pertinente la realización de una investigación adicional, en la que el parámetro fundamental a estudiar sea el tamaño del apoyo, de esta manera sería posible plantear un factor corrector que permita ajustar los resultados obtenidos para los tamaños de apoyo mayores.

Por otro lado, el grupo de vigas robustas estudiadas en el apartado 6.3 fue finalmente descartado del resto de la metodología debido a que el modo de fallo por cargas concentradas comenzaba a interactuar con diversos mecanismos adicionales. Se considera pertinente profundizar el estudio en vigas de este tipo que permita corregir la predicción de resistencia frente a cargas concentradas y estudiar la influencia de cada modo de fallo en la resistencia última frente a cargas concentradas ya que se observó en este trabajo que en algunos casos incluso la formulación presente en el EN-1993-1-5 sobreestima dicha resistencia

## 9. REFERENCIAS.

- [1] ABAQUS. *Abaqus CAE user manual*. Abaqus 6.10. PDF documentation.
- [2] ABAQUS. *Abaqus analysis user manual, Vol I-VI*. Abaqus 6.10. PDF documentation.
- [3] ABAQUS. *Getting started with Abaqus*. Abaqus 6.10. PDF documentation.
- [4] Bergfelt A. *Patch loading on a slender web – Influence of horizontal and vertical web stiffeners on the load carrying capacity*. Chalmers University of Technology, Division of Steel and Timber Structures. Publication S79:1, Göteborg. Año 1979.
- [5] Cervera M., Blanco E. *Mecánica de estructuras libro 1: Resistencia de materiales*. Edicions UPC. Año 2001.
- [6] Cevik A. *A new formulation for longitudinally stiffened webs subjected to patch loading*. Journal of Constructional Steel Research, Vol. 63. Issue 10, pp. 1328-1340. Año 2007.
- [7] Chacón R. *Resistance of transversally stiffened hybrid steel plate girders to concentrated loads*. Tesis doctoral. Departament d'Enginyeria de la Construcció (UPC). Año 2009. <http://www.tdx.cat/handle/10803/30915>
- [8] Chacón R., Mirambell E., Real, E. *Influence of designer- assumed initial conditions on the numerical modeling of steel plate girders subjected to patch loading* . Thin walled structures 47. Año 2009.
- [9] Chacón R., Mirambell E., Real, E. *Transversally stiffened plate girders subjected to patch loading. Part 1. Preliminary study*. Journal of Constructional Steel Research. Año 2012.
- [10] Chacón R., Mirambell E., Real E. *Transversally stiffened plate girders subjected to patch loading Part 2. Additional numerical study and design proposal*. Journal of Constructional Steel Research. Año 2012.
- [11] Chacón R., Serrat M., Real E. *The influence of structural imperfections on the resistance of plate girders to patch loading*. Thin walled structures 53. Año 2012.
- [12] Chacón R., Bock M., Mirambell E., Real E. *Hybrid steel plate girders subjected to patch loading*. Steel Construction Volume 5 Issue1. Año 2012.
- [13] Chacón R.. *Mechanical behavior of the shear-patch loading interaction on transversally stiffened steel plate girders*. Latin American journal of solids and structures 11. Año 2014.
- [14] Clarin M. *Plate buckling resistance*. Doctoral thesis. Lulea University of Technology, Suecia. Año 2007.
- [15] Davaine L., Aribert J. *Launching of steel girder bridge - Patch load resistance of longitudinally stiffened webs*. Proceedings of 4th European Conference on Steel and Composite Structures. Maastricht, The Netherlands. Junio 8-10, 2005.
- [16] Dubas P., Tschamper H. *Stabilité des âmes soumises à une charge concentrée et à une flexion globale*. Construction Métallique n.2, CTICM, pp. 25 – 39. Año 1990.



- [17] EAE-11. Instrucción de acero estructural española.
- [18] EN1993-1. Eurocode 3. Design of steel structures.
- [19] Fonseca E., de Andrade S., da Vellasco P., Vellasco, M. *A parametric analysis of the patch loading behaviour using a neuro-fuzzy system*. Journal of Constructional Steel Research. Vol.63(2).pp:194-210. Año 2007.
- [20] Fontán A.N. *Optimización de la sección transversal y del pico de lanzamiento de puentes lanzados de hormigón pretensado*. Tesis doctoral. Departamento de mecánica de medios continuos y teoría de estructuras (UDC). Año 2009.
- [21] Graciano C. *Patch Loading: Resistance of longitudinally stiffened steel girder webs*. Tesis doctoral. Lulea University of Technology, Sweden. ISRN: LTU-DT-02/18-SE. Año 2002.
- [22] Granath P. *Distribution of support reaction against a steel girder on a launching shoe*. Journal of Constructional Steel Research. Año 1998, 245-270.
- [23] Granath P. *Behaviour of slender plate girders subjected to patch loading*. Journal of Constructional Steel Research. Año 1997; 42(1):1–19.
- [24] Granholm C. A. *Provning av balkar med extremt tunt liv*. Raport 202. Inst. För Byggnadsteknik, Göteborg. Año 1960.
- [25] Gozzi J. *Patch loading resistance of plated girders*. Doctoral thesis. Lulea University of Technology, Suecia. Año 2007
- [26] Kuhlmann U. et al. *Manual de proyecto COMBRI: Puentes competitivos mixtos de acero y hormigón*. Asociación para la Promoción Técnica del Acero (APTA). Año 2008.
- [27] Lagerqvist O. *Patch Loading. Resistance of steel girders subjected to concentrated forces*. Tesis doctoral. Division of Steel Structures, Lulea University of Technology. Sweden, ISSN 0348-8373. Año 1994.
- [28] Lagerqvist O., Johansson B. *Resistance of plate edges to concentrated forces*. Journal of Constructional Steel Research, Vol.32, pp. 69 – 105. Año 1995.
- [29] Lagerqvist O., Johansson B., *Resistance of I-girders to concentrated loads*. Journal of Constructional Steel Research, Vol. 39, pp. 87 – 119. Año 1996.
- [30] LaViolette M., Wipf T., Lee Y., Bigelow J., Phares B. *Bridge construction practices using incremental launching*. American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO), Highway Subcommittee on Bridge and Structures. Año 2007.
- [31] Navarro-Manso A., del Col Díaz J., Alonso-Martínez M., Castro-Fresno D., Alvarez F. *Patch loading in slender and high depth steel panels: FEM–DOE analyses and bridge launching application*, Engineering Structures Journal, Año 2014.
- [32] Oñate, E. *Cálculo de estructuras por el método de elementos finitos-Análisis Estático lineal*. Centro Internacional de Métodos numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, UPC, 1995.

- [33] Ripa T., *Resistencia a carga concentrada transversal considerando la contribución conjunta de un nervio de rigidez y de los rigidizadores transversales. Aplicación al diseño de puentes*. Tesis doctoral. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid. Año 2015.
- [34] Roberts T., Rockey K., *A mechanism solution for predicting the collapse loads of slender plate girders when subjected to in-plane patch loading*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part 2, 67, pp. 155 – 175. Año 1979.
- [35] Rosignoli M. *Bridge Launching*. Ed Thomas Telford, Año 2002.
- [36] Shimizu S., Yabana H., Yoshida S. *A new collapse model for patch loaded web plates*. Journal of Constructional Steel Research, 13, p. 61 - 73. Año 1989.
- [37] Uribe N. *Reproducción numérica y experimental del proceso de lanzamiento de un puente metálico por empujes sucesivos*. Tesis de máster. Departament d'Enginyeria de la Construcció (UPC). Año 2012. <http://upcommons.upc.edu/handle/2099.1/14898>
- [38] Zorrila R. *Simulación numérica a escala real de lanzamiento de puente metálico por empujes sucesivos*. Tesis de grado. Departament d'Enginyeria de la Construcció (UPC). Año 2014. <http://upcommons.upc.edu/handle/2099.1/24672>

## 10. ANEJOS.

### 10.1. Archivo de entrada .INP para el análisis tipo *Buckle*

```
Heading
** Job name: Buckle025SS Model name: Model-1
** Generated by: Abaqus/CAE 6.13-1
*Preprint, echo=NO, model=NO, history=NO, contact=NO
**
** PARTS
**
*Part, name=Viga
*End Part
**
**
** ASSEMBLY
**
*Assembly, name=Assembly
**
*Instance, name=Viga-1, part=Viga
```

\*Node

---

*(Se omite la parte del código correspondiente a la geometría, mallado y nudos por ser excesivamente extensa)*

---

```
*Parameter
tw=5
tr=12
fyf=355
** Section: Ala
*Shell Section, elset=_PickedSet2, material=Ala
60., 5
** Section: Rigidizador
*Shell Section, elset=_PickedSet4, material=Rigidizador
<tr>, 5
** Section: Alma
*Shell Section, elset=_PickedSet3, material=Alma
<tw>, 5
*End Instance
**
*End Assembly
**
** MATERIALS
**
*Material, name=Ala
*Density
7.85e-09,
*Elastic
210000., 0.3
*Plastic
<fyf>, 0.
<fyf>., 0.1
*Material, name=Alma
*Density
7.85e-09,
```

```
*Elastic
210000., 0.3
*Plastic
355., 0.
355., 0.1
*Material, name=Rigidizador
*Density
7.85e-09,
*Elastic
210000., 0.3
*Plastic
355., 0.
355., 0.1
**

** BOUNDARY CONDITIONS
**

** Name: apoyo Type: Displacement/Rotation
*Boundary
apoyo, 2, 2
** Name: arriostramiento Type: Displacement/Rotation
*Boundary
Arriostramientos, 1, 1
** Name: empotramiento Type: Displacement/Rotation
*Boundary
empotramiento, 1, 1
empotramiento, 2, 2
empotramiento, 3, 3
empotramiento, 4, 4
empotramiento, 5, 5
empotramiento, 6, 6
** -----
**

** STEP: Step-1
**

*Step, name=Step-1, nlgeom=NO, perturbation
*Buckle
3, , 6, 50
**

** BOUNDARY CONDITIONS
**

** Name: apoyo Type: Displacement/Rotation
*Boundary, op=NEW, load case=1
apoyo, 2, 2
*Boundary, op=NEW, load case=2
apoyo, 2, 2
** Name: arriostramiento Type: Displacement/Rotation
*Boundary, op=NEW, load case=1
Arriostramientos, 1, 1
*Boundary, op=NEW, load case=2
Arriostramientos, 1, 1
** Name: empotramiento Type: Displacement/Rotation
*Boundary, op=NEW, load case=1
empotramiento, 1, 1
```

```
empotramiento, 2, 2
empotramiento, 3, 3
empotramiento, 4, 4
empotramiento, 5, 5
empotramiento, 6, 6
*Boundary, op=NEW, load case=2
empotramiento, 1, 1
empotramiento, 2, 2
empotramiento, 3, 3
empotramiento, 4, 4
empotramiento, 5, 5
empotramiento, 6, 6
**
** LOADS
**
** Name: Load-1  Type: Gravity
*Dload
, GRAV, 9810., 0., -1., 0.
**
** OUTPUT REQUESTS
**
*Restart, write, frequency=0
**
** FIELD OUTPUT: F-Output-1
**
*Output, field, variable=PRESELECT
*Node file
U
*End Step
```

## 10.2. Archivo de entrada .INP para el análisis no lineal.

```
*Heading
** Job name: 025SSNL Model name: Model-1
** Generated by: Abaqus/CAE 6.13-1
*Preprint, echo=NO, model=NO, history=NO, contact=NO
**

** PARTS
**

*Part, name=Viga
*End Part
**

**
** ASSEMBLY
**

*Assembly, name=Assembly
**

*Instance, name=Viga-1, part=Viga
*Node



---


(Se omite la parte del código correspondiente a la geometría, mallado y nudos por ser excesivamente extensa)


---


*Parameter
tw=5
tr=12
fyf=355
imperf = tw*0.8
TR1 = fyf*0.185
TR2 = fyf*-0.5
** Section: Ala
*Shell Section, elset=_PickedSet2, material=Ala
60., 5
** Section: Rigidizador
*Shell Section, elset=_PickedSet4, material=Rigidizador
<tr>, 5
** Section: Alma
*Shell Section, elset=_PickedSet3, material=Alma
<tw>, 5
*End Instance
*End Assembly
**

** MATERIALS
**

*Material, name=Ala
*Density
7.85e-09,
*Elastic
210000., 0.3
*Plastic
<fyf>, 0.
<fyf>, 0.1
*Material, name=Alma
*Density
```

```

7.85e-09,
*Elastic
210000., 0.3
*Plastic
355., 0.
355., 0.1
*Material, name=Rigidizador
*Density
7.85e-09,
*Elastic
210000., 0.3
*Plastic
355., 0.
355., 0.1
**
** BOUNDARY CONDITIONS
**
** Name: apoyo Type: Displacement/Rotation
*Boundary
apoyo, 2, 2
** Name: arriostramiento Type: Displacement/Rotation
*Boundary
Arriostramientos, 1, 1
** Name: empotramiento Type: Displacement/Rotation
*Boundary
empotramiento, 1, 1
empotramiento, 2, 2
empotramiento, 3, 3
empotramiento, 4, 4
empotramiento, 5, 5
empotramiento, 6, 6
** -----
**
*IMPERFECTION, FILE=025Buckle_p1_ci, Step=1
1, <imperf>
*INITIAL CONDITIONS, TYPE=STRESS
TR1, 0.00, <TR1>, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00
TR2, 0.00, <TR2>, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00
TR3, -177.50, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00
TR4, 5.49, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00
** -----
*Step, NLGEOM, inc=4
*Static
0.25, 1, 0.01, 1
*End Step
** -----
**
** STEP: Step-2
**
*Step, name=Step-2, nlgeom=NO
Estatico
*Static
1., 1., 1e-05, 1.

```

```
**
** LOADS
**
** Name: Load-1  Type: Gravity
*Dload
, GRAV, 9810., 0., -1., 0.
**
** OUTPUT REQUESTS
**
*Restart, write, frequency=0
**
** FIELD OUTPUT: F-Output-1
**
*Output, field, variable=PRESELECT
**
** HISTORY OUTPUT: H-Output-1
**
*Output, history, variable=PRESELECT
*End Step
** -----
**
** STEP: Step-3
**
*Step, name=Step-3, nlgeom=YES, inc=50
Riks
*Static, riks
0.05, 1., 1e-09, 1.0, 1000,
**
** LOADS
**
** Name: Load-2  Type: Pressure
*Dload
Alasuperior, P, 0.018
**
** OUTPUT REQUESTS
**
*Restart, write, frequency=0
**
** FIELD OUTPUT: F-Output-1
**
*Output, field, variable=PRESELECT
**
** HISTORY OUTPUT: H-Output-1
**
*Output, history, variable=PRESELECT
*End Step
```



### 10.3. Subrutina .psf para creación del estudio paramétrico.

```
ps= ParStudy(par=('tw','tr','fyf'), name='025NL')
ps.define(CONTINUOUS, par='fyf', domain=(300,1000))
ps.define(CONTINUOUS, par='tw', domain=(2,20))
ps.define(CONTINUOUS, par='tr', domain=(10,40))
vector_fyf = (355,460,690)
vector_tw = (5,6,8,10,12,15)
vector_tr = (12,15,20,30)
ps.sample(VALUES, par='fyf', values=vector_fyf)
ps.sample(VALUES, par='tw', values=vector_tw)
ps.sample(VALUES, par='tr', values=vector_tr)
ps.combine(MESH)
ps.generate(template='025NL')
import odbAccess
```

### 10.4. Macro para la extracción de reacciones y desplazamientos de Abaqus.

```
def RU():
    import section
    import regionToolset
    import displayGroupMdbToolset as dgm
    import part
    import material
    import assembly
    import step
    import interaction
    import load
    import mesh
    import optimization
    import job
    import sketch
    import visualization
    import xyPlot
    import displayGroupOdbToolset as dgo
    import connectorBehavior
    for i in range (1,73):
        session.mdbData.summary()
        o1 = session.openOdb(name='C:/Temp/05NL_p1_c'+str(i)+''.odb')
        session.viewports['Viewport: 1'].setValues(displayedObject=o1)
        odbName=session.viewports[session.currentViewportName].odbDisplay.name
        session.odbData[odbName].setValues(activeFrames= (('Step-3', ('0:-1', )), ))
        odb = session.odbs['C:/Temp/05NL_p1_c'+str(i)+''.odb]
        session.xyDataListFromField(odb=odb, outputPosition=NODAL, variable= (('RF',
            NODAL, ((COMPONENT, 'RF2'), )), ), nodeSets= ('APOYO', ))
```

---

*(Se omite la parte del código correspondiente a los nodos escogidos por ser muy extensa)*

---

```
xy78 = sum((xy1, xy2, xy3, xy4, xy5, xy6, xy7, xy8, xy9, xy10, xy11, xy12,
    xy13, xy14, xy15, xy16, xy17, xy18, xy19, xy20, xy21, xy22, xy23, xy24,
    xy25, xy26, xy27, xy28, xy29, xy30, xy31, xy32, xy33, xy34, xy35, xy36,
    xy37, xy38, xy39, xy40, xy41, xy42, xy43, xy44, xy45, xy46, xy47, xy48,
    xy49, xy50, xy51, xy52, xy53, xy54, xy55, xy56, xy57, xy58, xy59, xy60,
    xy61, xy62, xy63, xy64, xy65, xy66, xy67, xy68, xy69, xy70, xy71, xy72,
```

```

xy73, xy74, xy75, xy76, xy77))
xy78.setValues(
    sourceDescription='sum ( ( "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 1", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 2",
    "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 3", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 4", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 5",
    "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 6", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 7", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 8",
    "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 9", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 10", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 407",
    "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 408", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 409", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 410",
    "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 411", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 412", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 413",
    "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 414", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 415", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 416",
    "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 417", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 418", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 419",
    "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 420", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 421", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 422",
    "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 423", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 424", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 425",
    "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 426", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 427", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 428",
    "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 429", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 430", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 431",
    "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 432", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 433", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 434",
    "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 435", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 436", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 437",
    "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 438", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 439", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 440",
    "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 441", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 442", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 443",
    "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 444", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 445", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 446",
    "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 447", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 448", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 449",
    "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 450", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 451", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 452",
    "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 453", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 454", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 455",
    "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 9743", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 9744", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N:
    9745", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 9746", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 9747", "RF:RF2 PI: VIGA-
    1 N: 9748", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 9749", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 9750", "RF:RF2 PI:
    VIGA-1 N: 9751", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 9752", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 9753",
    "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 9754", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 9755", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N:
    9756", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 9757", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 9758", "RF:RF2 PI: VIGA-
    1 N: 9759", "RF:RF2 PI: VIGA-1 N: 9760" ) )')
tmpName = xy78.name
session.xyDataObjects.changeKey(tmpName, 'XYData-1')
x0 = session.xyDataObjects['XYData-1']
session.writeXYReport(
    fileName='C:/Temp/2016/05SS/Resultados no lineal/RX'+str(i)+'.rpt', xyData=(
    x0, ))

```

---

*(Se omite la parte del código correspondiente a borrar los nodos escogidos por ser muy extensa)*

---

```

del session.xyDataObjects['XYData-1']
odb = session.odbs['C:/Temp/05NL_p1_c'+str(i)+'.odb']
session.xyDataListFromField(odb=odb, outputPosition=NODAL, variable=((('U',
    NODAL, ((COMPONENT, 'U1'), )), ), nodeLabels= (('VIGA-1', ('18600', ))
    ))
x0 = session.xyDataObjects['U:U1 PI: VIGA-1 N: 18600']
session.writeXYReport(
    fileName='C:/Temp/2016/05SS/Resultados no lineal/UX'+str(i)+'.rpt', xyData=(
    x0, ))
del session.xyDataObjects['U:U1 PI: VIGA-1 N: 18600']
odb = session.odbs['C:/Temp/05NL_p1_c'+str(i)+'.odb']
session.xyDataListFromField(odb=odb, outputPosition=NODAL, variable=((('U',
    NODAL, ((COMPONENT, 'U2'), )), ), nodeSets= ('UY', ))
x0 = session.xyDataObjects['U:U2 PI: VIGA-1 N: 234']
session.writeXYReport(
    fileName='C:/Temp/2016/05SS/Resultados no lineal/UY'+str(i)+'.rpt', xyData=(

```

```
x0, ))  
del session.xyDataObjects['U:U2 PI: VIGA-1 N: 234']  
session.odbs['C:/Temp/05NL_p1_c'+str(i)+'odb'].close()
```

### 10.5. Macro para la extracción de tensiones de Abaqus.

```
def tensiones025():  
    import section  
    import regionToolset  
    import displayGroupMdbToolset as dgm  
    import part  
    import material  
    import assembly  
    import step  
    import interaction  
    import load  
    import mesh  
    import optimization  
    import job  
    import sketch  
    import visualization  
    import xyPlot  
    import displayGroupOdbToolset as dgo  
    import connectorBehavior  
    for i in range (1,73):  
        o1 = session.openOdb(  
            name='C:/Temp/025NL_p1_c'+str(i)+'odb')  
        session.viewports['Viewport: 1'].setValues(displayedObject=o1)  
        odbName=session.viewports[session.currentViewportName].odbDisplay.name  
        session.odbData[odbName].setValues(activeFrames= (('Step-3', ('0:-1', )), ))  
        odb = session.odbs['C:/Temp/025NL_p1_c'+str(i)+'odb']  
        session.xyDataListFromField(odb=odb, outputPosition=INTEGRATION_POINT,  
            variable= (('S', INTEGRATION_POINT, ((COMPONENT, 'S22'), )), ),  
            elementSets=('LINEAAPOYO', ))  
        x0 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 13734 IP: 1']  
        x1 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 13734 IP: 1']  
        session.writeXYReport(  
            fileName='C:/Temp/2016/025SS/Resultados no lineal/SA_A_'+str(i)+'.rpt', xyData=(  
                x0, x1))  
        x0 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 13733 IP: 1']  
        x1 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 13733 IP: 1']  
        session.writeXYReport(  
            fileName='C:/Temp/2016/025SS/Resultados no lineal/SA_B_'+str(i)+'.rpt', xyData=(  
                x0, x1))  
        x0 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 13769 IP: 1']  
        x1 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 13769 IP: 1']  
        session.writeXYReport(  
            fileName='C:/Temp/2016/025SS/Resultados no lineal/SA_C_'+str(i)+'.rpt', xyData=(  
                x0, x1))  
        x0 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 14526 IP: 1']  
        x1 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 14526 IP: 1']  
        session.writeXYReport(  

```

```

    fileName='C:/Temp/2016/025SS/Resultados no lineal/SA_D_'+str(i)+'.rpt', xyData=(
        x0, x1))
x0 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 14471 IP: 1']
x1 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 14471 IP: 1']
session.writeXYReport(
    fileName='C:/Temp/2016/025SS/Resultados no lineal/SA_E_'+str(i)+'.rpt', xyData=(
        x0, x1))
x0 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 14470 IP: 1']
x1 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 14470 IP: 1']
session.writeXYReport(
    fileName='C:/Temp/2016/025SS/Resultados no lineal/SA_F_'+str(i)+'.rpt', xyData=(
        x0, x1))
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 13733 IP: 1']
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 13734 IP: 1']
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 13769 IP: 1']
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 14470 IP: 1']
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 14471 IP: 1']
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 14526 IP: 1']
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 13733 IP: 1']
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 13734 IP: 1']
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 13769 IP: 1']
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 14470 IP: 1']
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 14471 IP: 1']
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 14526 IP: 1']
odb = session.odbs['C:/Temp/025NL_p1_c'+str(i)+'.odb']
session.xyDataListFromField(odb=odb, outputPosition=INTEGRATION_POINT,
    variable=((('S', INTEGRATION_POINT, ((COMPONENT, 'S22'), )), ),
    elementSets=('LINEARIG', ))
x0 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 13748 IP: 1']
x1 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 13748 IP: 1']
session.writeXYReport(
    fileName='C:/Temp/2016/025SS/Resultados no lineal/SR_A_'+str(i)+'.rpt', xyData=(
        x0, x1))
x0 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 13747 IP: 1']
x1 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 13747 IP: 1']
session.writeXYReport(
    fileName='C:/Temp/2016/025SS/Resultados no lineal/SR_B_'+str(i)+'.rpt', xyData=(
        x0, x1))
x0 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 13776 IP: 1']
x1 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 13776 IP: 1']
session.writeXYReport(
    fileName='C:/Temp/2016/025SS/Resultados no lineal/SR_C_'+str(i)+'.rpt', xyData=(
        x0, x1))
x0 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 14533 IP: 1']
x1 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 14533 IP: 1']
session.writeXYReport(
    fileName='C:/Temp/2016/025SS/Resultados no lineal/SR_D_'+str(i)+'.rpt', xyData=(
        x0, x1))
x0 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 14485 IP: 1']
x1 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 14485 IP: 1']
session.writeXYReport(
    fileName='C:/Temp/2016/025SS/Resultados no lineal/SR_E_'+str(i)+'.rpt', xyData=(
        x0, x1))

```

```
x0 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 14484 IP: 1']
x1 = session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 14484 IP: 1']
session.writeXYReport(
    fileName='C:/Temp/2016/025SS/Resultados no lineal/SR_F_'+str(i)+'.rpt', xyData=(
        x0, x1))
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 13747 IP: 1']
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 13748 IP: 1']
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 13776 IP: 1']
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 14484 IP: 1']
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 14485 IP: 1']
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:1 PI: VIGA-1 E: 14533 IP: 1']
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 13747 IP: 1']
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 13748 IP: 1']
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 13776 IP: 1']
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 14484 IP: 1']
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 14485 IP: 1']
del session.xyDataObjects['S:S22 SP:5 PI: VIGA-1 E: 14533 IP: 1']
session.odbs['C:/Temp/025NL_p1_c'+str(i)+'.odb'].close(
    )
```

## 10.6. Tablas de resultados para los espesores de alma no mostrados en el trabajo.

### 10.6.1. Resultados $t_w=5\text{mm}$ (muy esbeltas)

$S_s/a$	$t_w$	$f_{yf}$	$t_r$	$F_{RDEN-1993-1-5}$	$F_2$	$F_{2promedio}$	$F_{RD}^*$	$F_2/F_{RDEN-1993-1-5}$	$F_2/F_{RD}^*$
	mm	N/mm <sup>2</sup>	mm	kN	kN	kN	kN		
0.25	5	355	12	289,60	1142,54	1155,56	1118,37	3,99	1,03
			15		1149,70				
			20		1156,53				
			30		1173,48				
		460	12	289,60	1341,74	1359,64	1368,25	4,69	0,99
			15		1351,09				
			20		1363,67				
			30		1382,05				
		690	12	289,60	1700,96	1726,85	1741,95	5,96	0,99
			15		1712,06				
			20		1725,96				
			30		1768,4				
0.50	5	355	12	289,60	1542,65	1557,34	1539,20	5,38	1,01
			15		1546,03				
			20		1562,19				
			30		1578,48				
		460	12	289,60	1857,36	1876,14	1913,53	6,48	0,98
			15		1855,66				
			20		1876,02				
			30		1915,5				
		690	12	289,60	2346,65	2370,61	2473,05	8,19	0,96
			15		2347,91				
			20		2395,65				
			30		2392,21				

### 10.6.2. Resultados $t_w=8\text{mm}$ (moderadamente esbeltas)

$S_s/a$	$t_w$	$f_{yf}$	$t_r$	$F_{RDEN-1993-1-5}$	$F_2$	$F_{2promedio}$	$F_{RD}^*$	$F_2/F_{RDEN-1993-1-5}$	$F_2/F_{RD}^*$
	mm	N/mm <sup>2</sup>	mm	kN	kN	kN	kN		
0.25	8	355	12	741,38	1405,90	1419,56	1280,02	1,91	1,11
			15		1415,10				
			20		1422,42				
			30		1434,8				
		460	12	741,38	1597,57	1612,02	1551,35	2,17	1,04
			15		1603,25				
			20		1614,27				
			30		1632,98				
		690	12	741,38	1965,58	1988,76	1972,05	2,68	1,01

			15		1976,99				
			20		1991,14				
			30		2021,33				
0.50	8	355	12	741,38	1831,45	1868,40	1561,87	2,52	1,20
			15		1856,01				
			20		1880,74				
			30		1905,38				
		460	12	741,38	2149,59	2199,36	1967,93	2,97	1,12
			15		2188,51				
			20		2205,62				
			30		2253,71				
		690	12	741,38	2747,95	2807,23	2596,95	3,79	1,08
			15		2786,95				
			20		2822,03				
			30		2871,99				

### 10.6.3. Resultados $t_w=12\text{mm}$ (moderadamente esbeltas)

$S_s/a$	$t_w$	$f_{yf}$	$t_r$	$F_{RDEN-1993-1-5}$	$F_2$	$F_{2promedio}$	$F_{RD}^*$	$F_2/F_{RDEN-1993-1-5}$	$F_2/F_{RD}^*$
	mm	N/mm <sup>2</sup>	mm	kN	kN	kN	kN		
0.25	12	355	12	1668,10	1946,89	1951,57	1668,10	1,17	1,17
			15		1948,34				
			20		1948,94				
			30		1962,1				
		460	12	1668,10	2089,18	2097,08	2014,44	1,26	1,04
			15		2093,97				
			20		2096,86				
			30		2108,31				
		690	12	1668,10	2379,23	2399,85	2516,23	1,44	0,95
			15		2386,92				
			20		2400,2				
			30		2433,06				
0.50	12	355	12	1668,10	2480,32	2502,27	1748,11	1,50	1,43
			15		2502,79				
			20		2515,85				
			30		2510,12				
		460	12	1668,10	2776,99	2816,16	2208,93	1,69	1,27
			15		2816,42				
			20		2826,04				
			30		2845,2				
		690	12	1668,10	3338,31	3385,26	2957,89	2,03	1,14
			15		3348,54				
			20		3400,5				
			30		3453,68				